Junnal Fibonaci : Jurnal Pendidikan Matematika
Volume: 6, Nomor: 1, Tahun: 2025
doi
ISSN: 2746-3656

Analisis Kesulitan Mahasiswa dalam Pembuktian Matematis pada Mata Kuliah Teori Bilangan

Ammamiarihta[1*], Sri Rahma Yani Harahap[2]
[1,2]Pendidikan Matematika, Universitas Islam Negeri Sumatera Utara, Medan, 20371, Indonesia
*Coresponding Author: ammamiarihta@uinsu.ac.id

Diterima: **20 Juni 2025**, disetujui untuk publikasi **28 Juni 2025**

Abstrak. Penelitian ini merupakan penelitian kualitatif dengan metode deskriptif. Tujuan penelitian ini untuk menganalisis kesulitan mahasiswa dalam pembuktian matematis pada mata kuliah Teori Bilangan. Subjek penelitian ini terdiri dari 3 orang mahasiswa yang mewakili masing-masing kategori tingkat kemampuan matematikanya. Pengumpulan data penelitian dilakukan dengan melakukan tes, wawancara dan observasi terhadap subjek penelitian. Tahapan analisis Miles daan Huberman yang dilakukan melalui tahapan reduksi data, penyajian data dan penarikan kesimpulan. Hasil penelitian menunjukkan bahwa: (1) Kesulitan mahasiswa berkemampuan tinggi adalah kesulitan dalam menyusun pembuktian dalam urutan yang sistematis; (2) Kesulitan mahasiswa berkemampuan sedang adalah kurangnya pemahaman dalam menentukan metode yang tepat untuk pembuktian, keterbatasan dalam menafsirkan pernyataan, kurang dalam memahami konsep pembuktian dan tidak mampu menentukan langkah yang relevan dengan kesimpulan serta kecemasan dan persepsi negatif terhadap pembuktian matematis; (3) Kesulitan mahasiswa berkemampuan rendah yaitu tidak memiliki pemahaman tentang pembuktian matematis, tidak memahami perbedaan antara defenisi, sifat, ataupun teorema dan tidak dapat mengkonstruksi proses pembuktian matematis, serta persepsi negatif dan daya juang yang rendah juga menyulitkan mahasiswa melakukan pembuktian matematis.

Kata Kunci: Kesulitan Mahasiswa; Pembuktian Matematis; Teori Bilangan

Citation : Ammamiarihta & Harahap, S. R. Y. (2025). Analisis Kesulitan Mahasiswa dalam Pembuktian Matematis pada Mata Kuliah Teori Bilangan. *Jurnal Fibonaci: Jurnal Pendidikan Matematika*: 6(1), hal. 38 – 48.

Pendahuluan

Pembuktian dan penyangkalan merupakan aspek fundamental dalam aktivitas matematika yang berfungsi sebagai sarana untuk memeriksa kebenaran suatu pernyataan matematika (Komatsu & Jones, 2022). Pembuktian matematis merupakan bagian dari pembelajaran matematika tingkat perguruan tinggi dimana mahasiswa dituntut untuk berpikir logis, terstruktur, dan memberikan argumen yang valid dalam setiap langkah pembuktian. Kemampuan pembuktian matematis telah menjadi standar kompetensi yang harus dikuasai mahasiswa matematika sebagai bagian dari literasi matematis abad ke-21 (Brunner & Reusser, 2019). Mengembangkan kemampuan pembuktian matematis mahasiswa juga menjadi isu krusial mengingat peran mahasiswa sebagai calon guru matematika untuk mempersiapkan generasi yang mampu berpikir analitis dan sistematis (Anwar et al., 2018). Mata kuliah Teori Bilangan, sebagai salah satu mata kuliah wajib dalam program studi pendidikan matematika, menuntut mahasiswa untuk menguasai berbagai metode pembuktian termasuk pembuktian langsung, tidak langsung, dan induksi matematika (Nurrahmah & Karim, 2018).

Walaupun pembuktian merupakan inti dari mata kuliah matematika di tingkat universitas, dalam penelitian ditemukan bahwa sebagian besar mahasiswa tidak memahami apa yang dimaksud dengan pembuktian dan bagaimana mengembangkan proses pembuktian (Jones, 2000). Kesulitan mahasiswa dalam melakukan pembuktian matematis, khususnya pada mata kuliah Teori Bilangan, mencerminkan kompleksitas kognitif yang dihadapi dalam mentransformasi pemahaman konseptual menjadi argumen deduktif yang valid. Mahasiswa seringkali mengalami kesulitan dalam mengidentifikasi strategi pembuktian yang tepat, mengonstruksi argumen logis yang koheren, serta menghubungkan konsep-konsep abstrak dengan struktur pembuktian formal (Mujib, 2019).

Penelitian-penelitian terdahulu telah mengidentifikasi berbagai aspek kesulitan mahasiswa dalam pembuktian matematis. Mujib (2019) menemukan empat kesulitan utama yang dihadapi mahasiswa: (1) memahami konsep matematika, (2) bahasa dan notasi matematis, (3) minimnya strategi bukti matematis, dan (4) kesulitan dalam membaca bukti matematis. Sementara itu, Cholily et al., (2020) mengungkapkan bahwa kemampuan pembuktian mahasiswa ditinjau dari proses sistematisasi masih lemah, di mana mahasiswa belum memahami perbedaan antara rumus, definisi, teorema, ataupun sifat. Multahadah & Mardhotillah (2022) dalam penelitiannya menemukan bahwa dari 26 mahasiswa yang diteliti, hanya 42,308% yang dapat menyelesaikan pembuktian dengan sempurna pada mata kuliah Teori Bilangan. Meskipun demikian, penelitian-penelitian tersebut belum secara spesifik menganalisis pola kesulitan mahasiswa pada mata kuliah Teori Bilangan

Berdasarkan uraian di atas, penelitian ini bertujuan untuk menganalisis kesulitan mahasiswa dalam melakukan pembuktian matematis pada mata kuliah Teori Bilangan. Fokus penelitian ini adalah mengidentifikasi dan menganalisis kesulitan yang dialami mahasiswa ketika membuktikan suatu pernyataan serta faktor-faktor yang mempengaruhi kesulitan tersebut. Hasil penelitian ini diharapkan dapat memberikan kontribusi bagi pengembangan strategi pembelajaran dan bahan ajar mata kuliah Teori Bilangan yang lebih efektif, khususnya dalam aspek pembuktian matematis.

Konsep Pembuktian Matematis

Pembuktian matematis merupakan argumen deduktif yang meyakinkan untuk menetapkan kebenaran suatu pernyataan matematika berdasarkan aksioma, definisi, dan teorema yang telah terbukti sebelumnya (A. J. Stylianides, 2019). Dalam konteks pembelajaran matematika tingkat perguruan tinggi, pembuktian berfungsi tidak hanya sebagai alat verifikasi kebenaran, tetapi juga sebagai sarana untuk mengembangkan pemahaman konseptual dan kemampuan berpikir matematis (Komatsu & Jones, 2022). Pembuktian matematis memiliki empat fungsi utama: (1) verifikasi untuk meyakinkan kebenaran suatu pernyataan, (2) penjelasan untuk memberikan wawasan mengapa suatu pernyataan benar, (3) sistematisasi untuk mengorganisasi hasil-hasil matematis ke dalam sistem deduktif, dan (4) penemuan untuk menghasilkan pengetahuan matematis baru (Hanna & de Villiers, 2012).

Struktur pembuktian matematis terdiri dari beberapa komponen esensial yaitu premis (asumsi atau kondisi yang diberikan), argumen (rangkaian pernyataan logis), dan kesimpulan (pernyataan yang dibuktikan). Mahasiswa memerlukan pemahaman mendalam tentang defenisi, sifat, dan teorema sebelumnya untuk dapat melakukan langkah pembuktian yang valid. Kemampuan mengonstruksi pembuktian yang valid menuntut mahasiswa untuk menguasai berbagai metode pembuktian seperti pembuktian langsung, pembuktian tidak langsung, atau induksi matematika, serta pemahaman tentang cara mengembangkan argument matematis untuk membuktikan atau menyangkal suatu pernyataan (Lestari, 2015).

Kesulitan dalam Pembuktian Matematis

Berdasarkan klasifikasi yang dikemukakan oleh Sholekah et al., (2017), kesulitan mahasiswa dalam matematika dapat dikategorikan menjadi: (1) kesulitan dalam mempelajari konsep, yaitu ketidakmampuan memahami dan menginternalisasi definisi serta sifat-sifat matematis; (2) kesulitan dalam menerapkan prinsip, yaitu ketidakmampuan menggunakan teorema atau aturan dalam situasi pembuktian; dan (3) kesulitan dalam menyelesaikan masalah verbal, yaitu ketidakmampuan mentransformasi pernyataan verbal menjadi struktur matematis formal. Indikator kesulitan menyelesaikan soal terdiri dari ketidakmampuan siswa dalam penguasaan konsep secara benar, ketidakmampuan menggunakan data, ketidakmampuan mengartikan bahasa matematika, ketidakcermatan dalam melakukan operasi hitung, dan ketidakmampuan dalam menarik kesimpulan (Nalurita et al., 2024). Kesulitan mahasiswa seringkali muncul dari ketidakmampuan melakukan representasi atau mengaitkan representasi dengan kesimpulan dalam satu argumen pembuktian (G. J. Stylianides & Stylianides, 2020). Kesulitan-kesulitan ini merupakan kesulitan pada aspek kognitif, yaitu kesulitan yang ditinjau dari pemahaman materi akademik).

Kesulitan mahasiswa dalam pembuktian matematis seringkali terjadi pada transisi dari dunia simbolik ke dunia formal, di mana mereka harus melepaskan ketergantungan pada contoh konkret dan beralih ke penalaran abstrak. Proses transisi ini tidak hanya berpengaruh pada aspek kognitif mahasiswa, tetapi juga pada aspek afektif. Seperti yang dikemukakan oleh Azis & Sugiman (2015) bahwa kesulitan yang dialami siswa dapat dipengaruhi oleh beberapa aspek diantaranya aspek kognitif dan aspek afektif. Cooney (Azis & Sugiman, 2015) juga mengungkapkan bahwa kesulitan dapat dipengaruhi oleh berbagai faktor, antara lain: faktor psikologis, sosial, emosional, intelektual, dan pedagogis. Aspek afektif mencakup faktor psikologis, sosial dan emosional seperti motivasi siswa dalam bertahan menghadapi kesulitan, kecemasan, dan persepsi negatif tentang pembuktian matematis juga dapat mempengaruhi proses siswa dalam mengerjakan pembuktian matematis.

Pembuktian matematis ini adalah hal baru bagi mahasiswa semester 2 dan belum pernah dipelajari sebelumnya. Pembuktian matematis juga membutuhkan pemikiran tingkat tinggi dalam pengerjaannya. Sehingga perlu bagi dosen dalam mempertimbangkan aspek kognitif dan aspek afektif mahasiswa dalam menyelesaikan masalah pembuktian matematis. Maka dalam penelitian ini, kesalahan mahasiswa dalam menyelesaian pembuktian matematis juga akan dilihat dari dua aspek yaitu aspek kognitif dan aspek afektif. Aspek kognitif meliputi kesulitan dalam memilih strategi pembuktian, memahami definisi dan konsep dasar, mengingat dan mengaplikasikan teorema prasyarat, melakukan manipulasi simbolik, dan mengonstruksi argumen deduktif yang valid. Aspek afektif meliputi kecemasan matematis, kepercayaan diri yang rendah, persepsi negatif terhadap pembuktian, dan motivasi dalam mengatasi kesulitan.

Metode Penelitian

Penelitian ini dilaksanakan pada semester genap tahun 2024/2025. Subjek penelitian ini adalah mahasiswa semester 2 pada Prodi Pendidikan Matematika UIN Sumatera Utara yang menjalani mata kuliah Teori Bilangan. Pemilihan subjek dilakukan berdasarkan tingkat kemampuannya. Peneltia memilih subjek berdasarkan hasil UTS mata kuliah Teori Bilangan sehingga terpilih 3 subjek yaitu subjek dengan kemampuan tinggi, sedang dan rendah.

Dalam mengumpulkan data, peneliti menggunakan soal tes, lembar observasi dan pedoman wawancara dan lembar observasi. Soal tes berupa 1 soal uraian pembuktian pada mata kuliah teori bilangan. Wawancara dirancang untuk menggali lebih dalam tentang kesulitan yang dihadapi mahasiswa. Pedoman wawancara disusun berdasarkan aspek kesulitan yang akan dianalisis yaitu pada aspek kognitif dan afektif. Pertanyaan yang diajukan pada saat wawancara dapat berkembang sesuai dengan hasil tes dan jawaban mahasiswa pada saat wawancara. Lembar observasi digunakan untuk merekam aktivitas mahasiswa saat mengerjakan soal pembuktian matematis. Lembar observasi ini juga merupakan data pendukung untuk melihat kesesuaian hasil wawancara dengan fakta dilapangan.

Penelitian ini merupakan penelitian kualitatif dengan metode deskriptif. Pemilihan jenis penelitian ini disesuaikan dengan tujuan penelitian yaitu untuk mendeskripsikan kesulitan-kesulitan mahasiswa dalam melakukan pembuktian matematis.

Pada tahap awal peneliti membagi subjek penelitian menjadi tiga kategori kemampuan yaitu tinggi, sedang, dan rendah. Pembagian kategori kemampuan ini berdasarkan dari hasil UTS mahasiswa pada mata kuliah teori bilangan. Kemudian peneliti memberikan soal tes tertulis untuk mengetahui bagimana proses pembuktian matematis yang dilakukan oleh mahasiswa. Pada saat subjek penelitian mengerjakan tes, peneliti juga melakukan observasi untuk melihat respon dan sikap mahasiswa dalam mengerjakan tes yang diberikan. Setelah menganalisis hasil jawaban mahasiswa, peneliti melakukan wawancara untuk mengumpulkan informasi tambahan pada tiga subjek yang terpilih.

Setelah tahapan pengumpulan data sesesai, peneliti selanjutnya melakukan analisis data. Tahapan analisis yang diterapkan adalah analisis Miles dan Huberman. Analisis data kualitatif menurut Miles dan Huberman (2014) merupakan salah satu pendekatan yang paling banyak digunakan dalam penelitian kualitatif. Model ini menggambarkan bahwa analisis

Junnal Fibonaci : Jurnal Pendidikan Matematika
Volume: 6, Nomor: 1, Tahun: 2025
ISSN: 2746-3656
doi

data tidak dilakukan secara linear, melainkan secara simultan dan terus-menerus dalam tiga komponen utama. Tahap *pertama,* reduksi data, dalam tahap ini peneliti mengumpulkan dan memilah data yang relevan dengan fokus penelitian, mengidentifikasi dan mengkategorikan jenis kesalahan sesuai dengan kerangka teori. *Kedua,* penyajian data, peneliti menyusun informasi yang sudah dikumpulkan pada tahap reduksi, mendeskripsikan secara jelas dan sistematis sehingga mempermudah peneliti dalam menarik kesimpulan. *Ketiga,* penarikan kesimpulan, pada tahap akhir ini peneliti menyimpulkan hasil temuan penelitian dengan menggunakan kalimat yang singkat, padat dan jelas. Kesimpulan ini merujuk pada tujuan dan temuan penelitian.

Hasil Penelitian

Penelitian ini bertujuan untuk menganalisis kesulitan mahasiswa dalam membuktikan suatu pernyataan secara matematis pada mata kuliah Teori Bilangan. Pemilihan subjek penelitian dilakukan dengan mengkategorikan kemampuan mahasiswa berdasarkan hasil UTS mahasiswa yang sudah dilakukan sebelum pengambilan data penelitian. Diperoleh 3 subjek yang mewakili masing-masing kategori kemampuan yaitu sebjek berkemampuan tinggi, subjek berkemampuan sedang, dan subjek berkemampuan rendah. Selanjutnya mahasiswa yang menjadi subjek berkemampuan tinggi disebut MT, mahasiswa yang menjadi subjek berkemampuan sedang disebut MS, dan mahasiswa yang menjadi subjek berkemampuan rendah disebut MR.

Analisis pada mahasiswa berkemampuan tinggi (MT)

Untuk mendukung deskripsi data pada gambar 1, berikut kutipan wawancara peneliti (P) dengan mahasiswa berkemampuan tinggi (MT)

P : *Apa metode pembuktian yang kamu gunakan untuk soal ini?*

MT : *Saya menggunakan metode tidak langsung yaitu kontraposisi*

P : *Mengapa kamu tidak menuliskan nama metodenya diawal?*

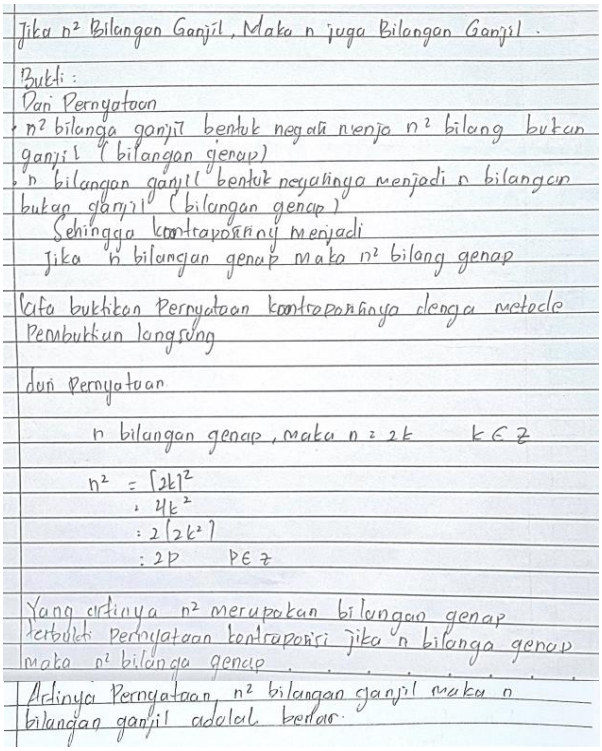
MT : *Iya bu, saya pikir tidak terlalu penting, maka saya langsung saja ke proses kontraposisinya yaitu menegasikan pernyataannya.*

P : *Mengapa pada langkah ini, kamu merubah $4k^2$ menjadi $2(2k^2)$?*

MT : *Kan yang ingin dibuktikan n^2 genap, berarti hasil akhirnya harusnya 2 kali suatu bilangan. Nah, itukan 4 jadi saya keluarkan 2 nya menjadi 2 kali 2 jadi nilainya tidak berubah, hanya saja yang kita butuhkan hasil akhirnya depannya angka 2 makanya saya buat seperti itu.*

P : *Lalu ini kan yang terbukti adalah genap, mengapa kesimpulannya menjadi ganjil?*

MT : *Kan seperti yang pernah dijelaskan, kalau kontraposisi itu harus terbukti benar untuk bentuk negasinya maka pernyataan asalnya juga benar. Maka jika terbukti untuk bilangan genap maka terbukti juga untuk bilangan ganjil.*



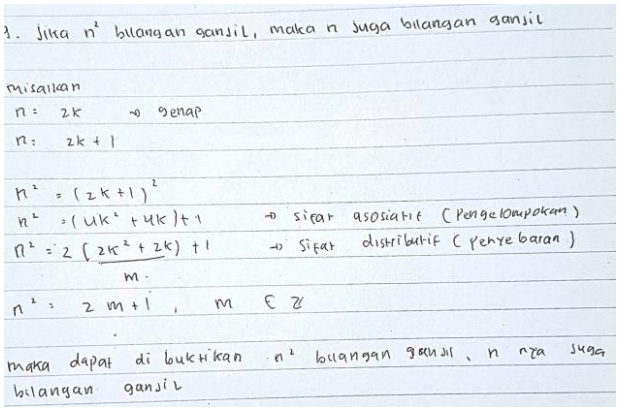
Gambar 1. Jawaban tes MT

Dari hasil tes dan wawancara, tampak bahwa MT telah berhasil melakukan pembuktian hingga selesai dan memperoleh kesimpulan terbukti benar. Meskipun MT tidak menuliskan metode pembuktian apa yang digunakan pada awal pengerjaan dan langsung menegasikan pernyataannya, tetapi langkah pembuktian yang dilakukan MT sudah benar. MT sudah memiliki pemahaman yang baik mengenai defenisi dan sifat bilangan bulat, serta mampu mengubah pernyataan yang berbentuk kalimat menjadi notasi matematika. Hal ini terlihat dari jawaban MT ketika mentransformasi kalimat n adalah bilangan genap menjadi $n = 2k,\ k\epsilon Z$ dan $n = 2p,\ p\epsilon Z$. MT juga

Junnal Fibonaci : Jurnal Pendidikan Matematika
Volume: 6, Nomor: 1, Tahun: 2025
ISSN: 2746-3656
doi

melakukan manipulasi aljabar dengan benar sehingga notasi yang terbentuk sesuai dengan hasil akhir yang diharapkan yaitu merubah $4k^2$ menjadi $2(2k^2)$ dan kemudian memisalkan $(2k^2)$ menjadi p sehingga hasil akhirnya sesuai dengan notasi bilangan genap. MT juga mengakhiri proses pembuktian dengan kalimat kesimpulan yang sesuai dengan metode pembuktian dan kesimpulan akhir sesuai dengan pernyataan pada soal.

Analisis pada mahasiswa berkemampuan sedang (MS)



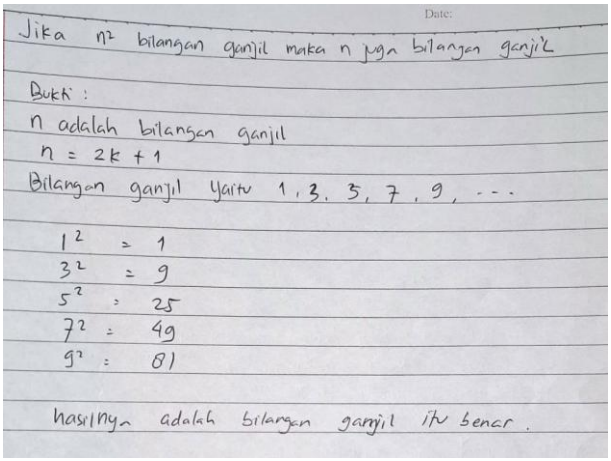
Gambar 2. Jawaban tes MS

Untuk mendukung deskripsi data pada gambar 2, berikut kutipan wawancara peneliti (P) dengan mahasiswa berkemampuan sedang (MS).

P : *Apa metode pembuktian yang kamu gunakan untuk soal ini?*
MS : *Langsung dibuktikan saja Bu dari pernyataan yang diberikan*
P : *Apa maksud dari pemisalan kamu ini?*
MS : *Dalam soal kan disebutkan ganjil, maka saya buat dalam bahasa matematikanya.*
P : *Lalu kenapa ada genap juga? Kan dalam soal tidak ada.*
MS : *Iya bu, karena biasanya genap dan ganjil selalu bersama makanya saya buat juga.*
P : *Langkah selanjutnya kamu langsung substitusi* $n = 2k + 1$ *ke dalam* n^2 *kenapa?*
MS : *Karena disoal kan ada* n^2 *bu.*
P : n^2 *itu yang mau dibuktikan atau yang diketahui?*
MS : *Sebenarnya bu* n^2 *itu kan kalimat pertamanya, seharusnya menjadi yang diketahui, tapi kan yang ada rumusnya hanya* n *jadi saya balik sehingga yang terbukti* n^2 *nya juga ganjil.*

Dari hasil tes MS pada gambar 2 dan kutipan wawancara peneliti dengan MS tampak bahwa MS memahami makna dari pernyataan yang akan dibuktikan namun tidak dapat membuktikannya dengan benar. Kesalahan pembuktian yang dilakukan MS dikarenakan ia tidak mampu menentukan metode pembuktian mana yang tepat digunakan untuk pernyataan yang diberikan. MS juga memiliki keterbatasan dalam menafsirkan pernyataan, kurang dalam memahami konsep pembuktian dan tidak mampu menentukan langkah yang relevan dengan kesimpulan pembuktian. Meskipun pembuktiannya tidak benar, tetapi dari proses jawaban terlihat MS memiliki pemahaman tentang defenisi bilangan genap dan ganjil serta beberapa sifat-sifat bilangan genap. Hal ini terlihat dari cara MS menotasikan genap menjadi $n = 2k$ dan ganjil menjadi $n = 2k + 1$ dan menuliskan sifat (asosiatif dan distributif) yang mendasari langkah pembuktian yang dilakukan.

Analisi pada mahasiswa berkemampuan rendah (MR)



Gambar 3. Jawaban tes MR

Untuk mendukung deskripsi data pada gambar 3, berikut kutipan wawancara peneliti (P) dengan mahasiswa MR.

P : *Apa metode pembuktian yang kamu gunakan untuk soal ini?*
MR : *Langsung dibuktikan saja Bu dengan mengambil angka-angkanya. Kan yang diminta* n^2 *jadi angkanya dikuadratkan.*
P : *Apa kamu tahu apa saja metode pembuktian matematis? Bisa kamu jelaskan!*
MR : *Pembuktian langsung dan tidak langsung Bu, pembuktian langsung itu yang langsung dibuktikan pakai contoh, yang tidak langsung itu yang tidak pakai contoh langsung.*
P : *Disini kamu sudah menuliskan* $n = 2k + 1$ *apa maksudnya?*

MR : *Didalam soal disebutkan n bilangan ganjil, setau saya jika ganjil dituliskan $n = 2k + 1$.*
P : *Lalu kenapa tidak ada kelanjutannya? Kamu melanjutkan pengerjaan dengan mengambil angkanya ganjilnya.*
MR : *Saya tidak tahu kelanjutannya Bu, maka saya ambil saja contonya angka-angka ganjil yang dikuadratkan ternyata hasilnya juga ganjil*
P : *Apakah dengan memberikan contoh ini bisa menarik kesimpulan secara umum?*
MR : *Saya tidak tahu Bu, yang saya coba angkanya semua terbukti.*

Dari hasil tes MR pada gambar 3 dan kutipan wawancara peneliti dengan MR tampak bahwa MR belum melakukan pembuktian matematis. MR tidak memiliki pemahaman tentang metode pembuktian matematis, hal ini didukung dari hasil wawancara peneliti dengan MR. MR juga tidak memahami perbedaan antara defenisi, sifat, ataupun teorema. Meskipun MR menuliskan $n = 2k + 1$ sebagai suatu bilangan ganjil, tetapi MR hanya sebatas mengingat dan tidak memahami langkah pembuktiannya. MR melakukan penarikan kesimpulan dengan memberikan beberapa contoh dengan mengambil bilangan-bilangan ganjil 1, 3, 5, 7, 9, dan kemudian mengjuadratkan bilangan tersebut menjadi 1, 9, 25, 49, dan 81, yang artinya MR mengeneralisasikan pernyataan hanya dengan pembuktian secara parsial bukan secara umum.

Wawancara juga dilakukan untuk melihat persepsi mahasiswa dalam melakukan pembuktian matematis. Hasil wawancara ini didukung dengan hasil observasi peneliti pada saat subjek mengerjakan tes pembuktian matematis yang diberikan. Berikut kutipan wawancara peneliti dengan subjek MT, MS, dan MR untuk menggali persepsi mereka tentang proses pembuktian matematis.

Kutipan wawancara pada MT

P : *Apa kamu pernah mempelajari tentang pembuktian matematis sebelumnya di luar dari mata kuliah Teori Bilangan ini?*
MT : *Seingat saya pernah ketika SMA saya belajar induksi matematis bu, tetapi untuk yang lainnya tidak pernah.*
P : *Untuk mata kuliah lain di semester ini atau semester sebelumnya?*
MT : *Tidak ada Bu, kan kami masih semester 2 mata kuliah matematikanya belum banyak, baru di Teori Bilangan ini kami belajar ini.*
P : *Apa pendapat kamu tentang pembuktian matematis?*
MT : *Cukup sulit Bu, karena tidak ada rumus khusus dalam melakukan pembuktian, cara membuktikan tergantung pada kalimat yang mau dibuktikan.*
P : *Tapi kamu disini sudah cukup baik dalam melakukan pembuktian, meskipun kamu katakana sulit, tapi kamu berhasil melakukannya.*
MT : *Ya Bu, meskipun sulit tetapi saya tertarik dengan pembuktian ini, karena ternyata beberapa rumus yang selama ini digunakan saya menjadi tau konsep dasarnya seperti apa.*
P : *Kamu merasa seperti termotivasi begitu?*
MT : *Seperti ada penasaran dan semangat Bu dalam membuktikan pernyataan yang selama ini sudah saya yakini benar ternyata bisa dibuktikan.*

Berdasarkan hasil wawancara dengan mahasiswa (MT), diketahui bahwa pengalaman mahasiswa dalam mempelajari pembuktian matematis masih terbatas. Ia mengaku hanya pernah mempelajari induksi matematis saat duduk di bangku SMA, dan belum memperoleh pembelajaran serupa di mata kuliah lain karena baru berada di semester kedua. Dengan demikian, mata kuliah Teori Bilangan menjadi pengalaman pertamanya dalam mempelajari pembuktian secara lebih sistematis di tingkat perguruan tinggi. Mahasiswa mengungkapkan bahwa pembuktian matematis dirasa cukup sulit karena tidak memiliki rumus pasti seperti halnya soal-soal hitungan biasa. Menurutnya, strategi pembuktian sangat bergantung pada bentuk pernyataan yang hendak dibuktikan, sehingga menuntut pemahaman yang lebih mendalam dan fleksibilitas berpikir. Meskipun demikian, ia menyatakan ketertarikannya terhadap proses pembuktian, karena melalui kegiatan ini ia dapat memahami konsep dasar dari rumus-rumus yang selama ini hanya digunakan tanpa mengetahui asal-usulnya. Ia juga menyampaikan adanya dorongan semangat dan rasa penasaran ketika mencoba membuktikan suatu pernyataan, terutama saat menyadari bahwa hal-hal yang selama ini diyakini benar ternyata dapat dibuktikan secara logis. Hal ini menunjukkan bahwa proses pembuktian tidak hanya mengembangkan kemampuan berpikir logis mahasiswa, tetapi juga membangkitkan motivasi intrinsik dan rasa ingin tahu terhadap dasar-dasar matematika yang lebih konseptual.

Junnal Fibonaci : Jurnal Pendidikan Matematika
Volume: 6, Nomor: 1, Tahun: 2025
ISSN: 2746-3656
doi

Kutipan wawancara pada MS

P : *Apa kamu pernah mempelajari tentang pembuktian matematis sebelumnya di luar dari mata kuliah Teori Bilangan ini?*
MS : *Dulu di SMA saya belajar induksi matematis bu, tetapi pembuktian yang tidak langsung untuk soal seperti kalimat ini tidak pernah.*
P : *Untuk mata kuliah lain di semester ini atau semester sebelumnya?*
MS : *Tidak ada Bu, setau saya baru ini belajar pembuktian.*
P : *Apa pendapat kamu tentang pembuktian matematis?*
MS : *Sulit, pernyataannya berupa kalimat tapi harus dibuktikan pakai bahasa matematika.*
P : *Apa kesulitan yang kamu rasakan dalam mengerjakan soal ini?*
MS : Sulitnya dalam menafsirkan soal dan menentukan langkah pembuktiannya.
P : Kesulitan menafsirkan seperti apa yang kamu maksud?
MS : Iya sulit mengubah kalimat menjadi simbol matematika, lalu cara pembuktiannya seperti apa karena kan setiap soal berbeda-beda caranya, jadi bingung mau dibawa kemana pengerjaannya.
P : Kira-kira apa penyebab kesulitan kamu?
MS : Kurang latihan, mungkin harus semakin sering berlatih baru paham cara-caranya dan harus mengaitkan lagi dengan defenisi, sifat dan simbol-simbol yang sudah dipelajari sebelumnya itu yang sulit bu karena bingung mau dikaitkan dengan yang mana.
P : Apa kamu suka mencoba mengerjakan sendiri soal-soal latihan di rumah?
MS : Tidak Bu, karena sulit saya jadi tidak mencoba.

Hasil wawancara dengan mahasiswa (MS) menunjukkan bahwa pembuktian matematis masih menjadi pengalaman belajar yang baru dan cukup menantang baginya. MS mengungkapkan bahwa ia merasa kesulitan dalam memahami pembuktian karena pernyataan yang diberikan berbentuk kalimat verbal, namun harus diubah ke dalam bentuk simbol matematika yang formal. Kesulitan yang paling dirasakan adalah menafsirkan soal dan menentukan langkah pembuktian yang tepat, karena setiap soal memerlukan pendekatan yang berbeda. Ia juga mengalami kebingungan dalam mengaitkan soal dengan definisi, sifat, atau simbol yang sudah pernah dipelajari. Mahasiswa menyadari bahwa kesulitan ini terjadi karena kurangnya latihan dan keterbatasan dalam membangun keterkaitan antar konsep. Namun, meskipun menyadari pentingnya latihan, MS mengaku jarang mencoba mengerjakan soal secara mandiri di rumah karena sudah merasa kesulitan sejak awal. Hal ini menunjukkan bahwa motivasi dan kepercayaan diri dalam menghadapi pembuktian matematis masih perlu ditingkatkan melalui strategi pembelajaran yang mendukung latihan bertahap, bimbingan dalam menafsirkan soal, serta penguatan pemahaman konsep dasar.

Kutipan wawancara pada MR

P : Apa kamu pernah mempelajari tentang pembuktian matematis sebelumnya di luar dari mata kuliah Teori Bilangan ini?
MR : Tidak pernah Bu
P : Mungkin di mata kuliah lain atau ketika masih di sekolah menengah?
MR : Tidak ada Bu, baru ini saya mempelajari pembuktian ini.
P : *Apa pendapat kamu tentang pembuktian matematis?*
MR : *Aneh bu, seperti sesuatu yang seharusnya mudah tetapi malah dipersulit.*
P : *Maksudnya dipersulit itu seperti apa?*
MR : Pernyataan diberikan, lalu harus dibuktikan, padahal jika diambil contohnya sudah benar. Tapi malah tidak boleh menggunakan contoh angka harus dibuktikan pakai simbol-simbol.
P : *Jadi kamu kesulitan dalam merepresentasikan pernyataan kedalam notasi matematis?*
MR : Iya seperti itu Bu.
P : Kesulitan apa lagi yang kamu hadapi pada saat melakukan pembuktian?
MR : Cara-cara membuktikan tidak ada yang sama Bu, semuanya berbeda tergantung soalnya, jadi bingung menentukan cara apa yang digunakan untuk soal yang diberikan.
P : Kira-kira apa penyebab dari kesulitan kamu?
MR : Tidak mau mencoba lebih keras, jika menemui kesulitan saya kurang berusaha dan asal menjawab saja.
P : Jadi maksudnya kamu sudah tahu kalau jawaban kamu itu salah?
MR : Iya, saya tahu tidak boleh pakai contoh, tapi saya tidak punya ide lain untuk cara membuktikannya.

Berdasarkan hasil wawancara dengan mahasiswa (MR), diketahui bahwa pembuktian matematis merupakan hal yang benar-benar baru baginya, karena ia belum pernah mempelajarinya sebelumnya baik di sekolah menengah maupun di mata

kuliah lain. MR memandang pembuktian sebagai sesuatu yang membingungkan dan tidak perlu, karena menurutnya suatu pernyataan yang benar dapat dibuktikan cukup dengan memberikan contoh. Ia merasa kesulitan ketika diharuskan membuktikan pernyataan dengan cara formal menggunakan simbol-simbol matematika. Kesulitan lainnya adalah dalam menentukan metode atau strategi pembuktian yang tepat, karena menurutnya setiap soal memerlukan pendekatan yang berbeda dan tidak ada pola pasti. Menariknya, MR secara jujur mengakui bahwa kesulitan yang ia alami juga disebabkan oleh kurangnya usaha pribadi; ia cenderung menyerah dan menjawab sembarangan ketika merasa buntu, walaupun menyadari bahwa jawabannya salah dan tidak sesuai dengan kaidah pembuktian. Hal ini mencerminkan adanya tantangan dalam hal motivasi, pemahaman konsep formal, dan kemampuan berpikir strategis, yang perlu diatasi dengan pendekatan pembelajaran yang mendorong keterlibatan aktif, latihan bertahap, serta bimbingan dalam penggunaan bahasa matematika secara tepat.

Dari hasil observasi peneliti pada saat tes, MT menghadapi tes dengan tenang dan menyempatkan membaca buku sebelum tes dimulai, hal ini menunjukkan bahwa MT memiliki motivasi dan semangat dalam melaksanakan tes. Hal ini juga didukung dari hasil wawancara bah wa MT memang memiliki ketertarikan dalam mengerjakan pembuktian matematis. Pada lembar coretan yang disediakan, MT tidak menuliskan apa-apa, tetapi pada lembar jawaban MT menuliskan jawaban dengan baik meskipun belum sistematis. MT juga terlihat percaya diri dalam mengerjakan tes, MT fokus pada lembar tes yang dikerjakan dan menyelesaikan tes tepat waktu.

MS juga membaca buku sebelum tes dimulai, tetapi ketika tes akan dimulai MS terlihat cemas dan mengajukan permohonan untuk diperbolehkan membuka buku di saat pelaksanaan tes. MS mengisi lembar coretan dengan percobaan-percobaan pembuktian. MS juga terlihat sangat berusaha dalam mengingat konsep dan prosedur pembuktian pada saat mengerjakan tes. Meskipun MS sudah berusaha dengan maksimal, tetapi hasil tes yang dikerjakan MS masih belum tepat. Hal ini juga diakui MS pada saat wawancara yaitu ia memang merasa kesulitan dalam mengkonstruksi proses pembuktian karena kurangnya mengerjakan latihan-latihan berupa pembuktian matematis.

Observasi peneliti terhadap MR juga memperlihatkan bahwa MR tenang dalam menghadapi ujian. MR hanya terlihat memegang buku dan tidak membaca buku dengan sungguh-sungguh. Pada lembar coretan MR juga terdapat beberapa coretan-coretan tak berarti yang menunjukkan bahwa MR kurang fokus dalam melaksanakan tes. Berdasarkan hasil wawancara, peneliti juga melihat kurangnya ketertarikan MR pada pembuktian matematis dan rendahnya daya juang MR dalam menghadapi kesulitan. Meskipun demikian, MR sudah menunjukkan usaha yang dilakukan dari hasil tesnya. MR tidak hanya diam meskipun tidak mampu mengerjakan tes, tetapi ada usaha yang dilakukannya dari jawaban yang diberikan yaitu membuktikan pernyataan secara parsial dengan menggunakan contoh. MR juga mengakui bahwa kesulitannya dalam mengerjakan tes disebabkan kurangnya pemahamannya terhadap konsep dan proses pembuktian matematis.

Pembahasan

Ketiga subjek penelitian sama menyatakan bahwa pembuktian matematis khususnya metode pembuktian langsung dan tak langsung adalah hal baru dari proses bermatematika yang mereka temui dan baru dipelajari pada mata kuliah Teori Bilangan. Namun, persepsi mereka terhadap pembuktian matematis berbeda beda. Kesulitan yang dihadapipun berbeda-beda pada kasus pembuktian matematis.

Mahasiswa dengan kemampuan tinggi mengalami kesulitan dalam menyusun pembuktian dalam tulisan yang sistematis dan rapi. Subjek ini juga mengatakan bahwa pembuktian matematis adalah proses bermatematika yang sulit karena tidak ada ketentuan baku tentang langkah pembuktian. Memilih metode yang tepat juga menjadi kendala subjek dalam pembuktian matematis. Meski demikian, mahasiswa dengan kemampuan tinggi ini memiliki motivasi yang tinggi dalam menyelesaikan pembuktian, rasa percaya diri dan tidak mudah menyerah menjadikan subjek ini tetap berhasil melawan kesulitan dan berhasil menyelesaikan proses pembuktian matematis.

Mahasiswa dengan kemampuan sedang mengalami kesulitan dalam menentukan metode yang tepat dalam pembuktian. Subjek ini memiliki keterbatasan dalam menafsirkan pernyataan, kurang dalam memahami konsep pembuktian dan tidak mampu menentukan langkah yang relevan dengan kesimpulan pembuktian. Subjek berkemampuan sedang ini juga memiliki kecemasan dalam melaksanakan tes, rasa cemas ini dapat mengganggu fokus subjek dalam mengerjakan tes. Subjek juga memiliki persepsi negatif tentang pembuktian matematis, menganggap pembuktian adalah hal yang sulit namun tidak ada upaya dalam melatih diri untuk untuk mengatasi kesulitan.

Mahasiswa dengan kemampuan rendah tidak memiliki pemahaman tentang pembuktian matematis. Subjek ini tidak memahami perbedaan antara defenisi, sifat, ataupun teorema. Sehingga subjek berkemampuan rendah ini tidak dapat mengkonstruksi proses pembuktian matematis. Berdasarkan data yang dihimpun, subjek berkemampuan rendah ini juga tidak memiliki ketertarikan dalam pembuktian matematis, menganggap pembuktian adalah hal yang sulit dan daya juang subjek dalam menghadapi kesulitan yang rendah.

Hasil temuan dalam penelitian ini didukung oleh penelitian terdahulu yang sejalan dengan penelitian ini. Mujib (2019) menyatakan, ada empat kesulitan utama yang dihadapi mahasiswa dalam pembuktian, yakni: (1) memahami konsep matematika), (2) bahasa dan notasi matematis, (3_ minimnya strategi bukti matematis, dan (4) kesulitan membaca bukti matematis. Permasalahan yang dihadapi mahasiswa dalam pembuktian matematis antara lain kesulitan dalam membaca dan memahami pembuktian matematis, penyajikan bukti dengan sistematis secara langsung, tak langsung, atau induksi matematika, dan mengembangkan argument matematis dalam membuktikan atau menyangkal pernyataan (Lestari, 2015). Penyebab lemahnya kemampuan mahasiswa dalam pembuktian matematis yaitu kurangnya latihan dalam mengerjakan soal pembuktian (Cholily et al., 2020)

Penutup

Berdasarkan hasil penelitian dan pembahasan, dapat disimpulkan: Kesulitan mahasiswa berkemampuan tinggi adalah kesulitan dalam menyusun pembuktian dalam urutan yang sistematis. Kesulitan mahasiswa berkemampuan sedang adalah kurangnya pemahaman dalam menentukan metode yang tepat untuk pembuktian, keterbatasan dalam menafsirkan pernyataan, kurang dalam memahami konsep pembuktian dan tidak mampu menentukan langkah yang relevan dengan kesimpulan serta kecemasan dan persepsi negatif terhadap pembuktian matematis. Kesulitan mahasiswa berkemampuan rendah yaitu tidak memiliki pemahaman tentang pembuktian matematis, tidak memahami perbedaan antara defenisi, sifat, ataupun teorema dan tidak dapat mengkonstruksi proses pembuktian matematis, serta persepsi negatif dan daya juang yang rendah juga menyulitkan mahasiswa melakukan pembuktian matematis.

Dari hasil analisis ini, diharapkan strategi pembelajaran yang lebih efektif dalam meningkatkan kemampuan mahasiswa dalam pembuktian matematis. Tidak hanya meningkatkan kemampuan kognitif, tetapi juga motivasi, minat, dan daya juang mahasiswa dalam menghadapi kesulitan dalam pembuktian.

Daftar Pustaka

Anwar, L., Nasution, S. H., Sudirman, & Susiswo. (2018). Proses Berpikir Mahasiswa Dalam Membuktikan Proposisi: Konseptualisasi-Gambar. *Jurnal Kajian Pembelajaran Matematika (JKPM)*, *2*(2), 46–56. https://doi.org/ttp://dx.doi.org/10.17977/um076v2i22018p46-56

Azis, A., & Sugiman, S. (2015). Analisis kesulitan kognitif dan masalah afektif siswa SMA dalam belajar matematika menghadapi ujian nasional. *Jurnal Riset Pendidikan Matematika*, *2*(2), 162–174. https://doi.org/10.21831/jrpm.v2i2.7331

Brunner, E., & Reusser, K. (2019). Type of mathematical proof: personal preference or adaptive teaching behavior? *ZDM*, *51*(5), 747–758. https://doi.org/10.1007/s11858-019-01026-y

Cholily, Y. M., Sulfiah, S. K., & Kusgiarohmah, P. A. (2020). Proses Sistematisasi dalam Pembuktian Matematika. *AKSIOMA : Jurnal Matematika Dan*

Pendidikan Matematika, *11*(1), 63–69. https://doi.org/https://doi.org/10.26877/aks.v11i1.5207

Hanna, G., & de Villiers, M. (2012). *Proof and Proving in Mathematics Education* (G. Hanna & M. de Villiers (eds.); Vol. 15). Springer Netherlands. https://doi.org/10.1007/978-94-007-2129-6

Jones, K. (2000). The student experience of mathematical proof at university level. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, *31*(1), 53–60. https://doi.org/10.1080/002073900287381

Komatsu, K., & Jones, K. (2022). Generating mathematical knowledge in the classroom through proof, refutation, and abductive reasoning. *Educational Studies in Mathematics*, *109*(3), 567–591. https://doi.org/10.1007/s10649-021-10086-5

Lestari, K. E. (2015). Analisis Kemampuan Pembuktian Mahasiswa Menggunakan Pendekatan Induktif-Deduktif Pada Mata Kuliah Analisis Real. *MENDIDIK: Jurnal Kajian Pendidikan Dan Pengajaran*, *1*(2), 128–135. https://doi.org/https://doi.org/10.30653/003.201512.20

Miles, M. B., Huberman, A. M., & Saldaña, J. (2014). Qualitative Data Analysis: A Methods Sourcebook (3rd ed.). Sage Publications.

Mujib, A. (2019). Kesulitan Mahasiswa Dalam Pembuktian Matematis: Problem Matematika Diskrit. *Jurnal MathEducation Nusantara*, *2*(1), 51–57.

Multahadah, C., & Mardhotillah, B. (2022). Kemampuan Pembuktian Matematis Mahasiswa Matematika Pada Mata Kuliah Teori Bilangan. *Gamma-Pi: Jurnal Matematika Dan Terapan*, *4*(01), 36–40. https://doi.org/https://doi.org/10.33059/jgp.v4i01.6207

Nalurita, I., Nisa', R., & Jayanti, M. D. (2024). Analisis Kesulitan Mahasiswa Calon Guru Matematika dalam Pembuktian Teorema. *Kognitif: Jurnal Riset HOTS Pendidikan Matematika*, *4*(4), 1812–1823. https://doi.org/10.51574/kognitif.v4i4.2235

Nurrahmah, A., & Karim, A. (2018). Analisis Kemampuan Pembuktian Matematis Pada Matakuliah Teori Bilangan. *JURNAL E-DuMath*, *4*(2), 21. https://doi.org/https://doi.org/10.26638/je.753.2064

Sholekah, L. M., Anggreini, D., & Waluyo, A. (2017). Analisis Kesulitan Siswa Dalam Menyelesaikan Soal Matematika Ditinjau Dari Koneksi Matematis Materi Limit Fungsi. *Wacana Akademika: Majalah Ilmiah Kependidikan*, *1*(2). https://doi.org/10.30738/wa.v1i2.1413

Stylianides, A. J. (2019). Secondary students' proof constructions in mathematics: The role of written versus oral mode of argument representation. *Review of Education*, *7*(1), 156–182. https://doi.org/10.1002/rev3.3157

Stylianides, G. J., & Stylianides, A. J. (2020). Posing New Researchable Questions as a Dynamic Process in Educational Research. *International Journal of Science and Mathematics Education*, *18*(S1), 83–98. https://doi.org/10.1007/s10763-020-10067-9