

Penugasan Intervensi Pembelajaran Matematika Berbasis *Learning Analytics* dengan Kendala Klaster: Pendekatan Benders Decomposition

Rizki Habibi¹, Muhammad Hafiz², Meilina Juwita Andini³

^{1,2}Matematika, FMIPA, Universitas Negeri Medan, Medan Estate, Kota Medan, 20221, Indonesia

³Psikologi Pendidikan dan Bimbingan, Universitas Negeri Medan, Medan Estate, Kota Medan, 20221, Indonesia

*Corresponding author: rizki@unimed.ac.id.

Diterima 8 Mei 2026, disetujui untuk publikasi 29 Juni 2026

Abstrak

Penelitian ini bertujuan mengembangkan model optimasi penugasan intervensi pembelajaran matematika berbasis learning analytics dengan kendala klaster, agar keputusan intervensi tidak berhenti pada prediksi risiko, tetapi menjadi alokasi layanan yang terukur, auditabel, dan adil. Metode yang digunakan adalah studi komputasional dengan memodelkan skor kebutuhan siswa, kapasitas intervensi, kelayakan layanan, dan pemerataan antarklaster dalam kerangka mixed integer linear programming, kemudian diselesaikan melalui Bender's decomposition dan dibandingkan dengan direct solve serta greedy heuristic. Hasil menunjukkan bahwa model mampu menghasilkan solusi layak pada seluruh skenario pengujian, menjaga struktur penugasan sesuai kapasitas layanan, dan menurunkan deviasi pemerataan ketika kendala klaster diperketat. Dibandingkan heuristic sederhana, pendekatan optimasi formal lebih kuat dalam menjaga distribusi layanan antarklaster. Temuan ini memberi kontribusi bagi pendidikan matematika dengan menyediakan dasar pengambilan keputusan intervensi yang lebih transparan, berbasis data, dan responsif terhadap variasi kebutuhan belajar siswa.

Kata Kunci: Optimasi mixed-integer; Bender's decomposition; Penugasan intervensi pembelajaran matematika; Learning analytics; Kendala berbasis klaster.

Abstract

This study aims to develop a learning analytics-based optimization model for assigning mathematics learning interventions with cluster constraints, so that intervention decisions do not stop at risk prediction but are transformed into measurable, auditable, and equitable service allocation. The method used is a computational study that models student need scores, intervention capacity, service eligibility, and inter-cluster equity within a mixed-integer linear programming framework, which is then solved using Benders decomposition and compared with direct solve and a greedy heuristic. The results show that the model can produce feasible solutions across all testing scenarios, maintain assignment structures according to service capacity, and reduce equity deviation when cluster constraints are tightened. Compared with a simple heuristic, the formal optimization approach is more robust in maintaining service distribution across clusters. These findings contribute to mathematics education by providing a more transparent, data-driven, and responsive basis for intervention decision-making that accounts for variations in students' learning needs.

Keywords: Mathematics learning intervention assignment; Learning analytics; Mixed-integer optimization; Benders decomposition; Cluster-based constraints

Citation: Habibi, R., Hafiz, M. & Andini, M. J. (2026) Penugasan Intervensi Pembelajaran Matematika Berbasis Learning Analytics dengan Kendala Klaster: Pendekatan Benders Decomposition. *Jurnal Fibonacci: Jurnal Pendidikan Matematika*: 7(2), 116 - 124.

Pendahuluan

Learning analytics tidak lagi cukup dipahami sebagai alat untuk membaca jejak belajar, karena pendidikan matematika saat ini menuntut data pembelajaran diterjemahkan menjadi keputusan intervensi yang tepat, terukur, dan dapat dipertanggungjawabkan. Data performa kuis, aktivitas

LMS, kehadiran, dan ketepatan pengumpulan tugas dapat digunakan untuk memahami pola kebutuhan siswa serta mendukung keberhasilan belajar secara lebih empiris (Siemens, 2013; Ifenthaler & Yau, 2020).

Dalam konteks nyata dampak pada pendidikan, keterlambatan atau ketidaktepatan penugasan intervensi pembelajaran matematika dapat membuat

siswa berisiko tidak segera memperoleh remedial, pengayaan, atau pendampingan sesuai kebutuhan belajarnya. Kondisi ini dapat memperlebar kesenjangan capaian belajar antarsiswa, menambah beban guru dalam menentukan prioritas layanan, dan membuat keputusan intervensi sulit dipertanggungjawabkan secara objektif. Karena itu, persoalan utama bukan hanya bagaimana *learning analytics* memprediksi risiko belajar, tetapi bagaimana data tersebut diubah menjadi keputusan layanan yang adil, terukur, dan dapat dijalankan di kelas. Urgensi ini meningkat ketika kebutuhan belajar siswa semakin heterogen, sementara kapasitas intervensi seperti remedial, tutor sebaya, pengayaan, monitoring akademik, atau dukungan konseling tetap terbatas. Dalam kondisi tersebut, alokasi intervensi tidak dapat diperlakukan sebagai keputusan administratif biasa, karena keputusan manual atau berbasis aturan sederhana mudah menjadi tidak konsisten, sulit diaudit, dan tidak cukup kuat untuk menjamin pemerataan layanan antarkelompok siswa (Pardo & Siemens, 2014; Sušnjak, 2024).

Masalah utama dalam penelitian ini adalah penugasan siswa ke intervensi pembelajaran matematika berdasarkan sinyal *learning analytics* dan struktur klaster profil belajar. Prediksi risiko belum otomatis menjawab siswa mana yang harus menerima intervensi apa ketika kapasitas layanan terbatas, prioritas kebutuhan berbeda, dan setiap klaster perlu memperoleh perlakuan proporsional. Karena keputusan penugasan bersifat biner, saling bergantung, dan berubah menjadi *Mixed-Integer Linear Programming* berskala besar ketika jumlah siswa, intervensi, dan klaster meningkat, diperlukan model optimasi serta strategi penyelesaian yang efisien, bukan hanya penyelesaian monolitik langsung (Wolsey & Nemhauser, 2014; Wolsey, 2020).

Penelitian ini mengusulkan model optimasi preskriptif untuk menugaskan siswa ke intervensi pembelajaran matematika berbasis *learning analytics* dengan mempertimbangkan kapasitas layanan dan kendala klaster secara simultan. Kontribusi utamanya adalah integrasi antara *learning analytics*, formulasi penugasan intervensi, dan pemerataan antarklaster dalam satu kerangka optimasi, sehingga data pembelajaran tidak berhenti sebagai indikator risiko,

tetapi menjadi dasar keputusan alokasi yang terstruktur. Tanpa model ini, riset *learning analytics* berisiko tetap dominan pada ranah prediktif, sementara celah antara identifikasi siswa berisiko dan keputusan intervensi yang dapat dievaluasi secara matematis tetap tidak tertutup (Liu *et al.*, 2025). Oleh karena itu, pendekatan Benders Decomposition digunakan karena memungkinkan pemisahan keputusan utama dan subproblem pada optimasi berskala besar serta relevan untuk struktur *Mixed-Integer Programming* yang kompleks (Benders, 1962; Rahmaniiani *et al.*, 2017).

Tinjauan Teoretis

Literatur *learning analytics* menunjukkan pergeseran dari pemantauan jejak belajar menuju dukungan keputusan pendidikan yang lebih terarah. Studi sistematis menegaskan bahwa *learning analytics* dapat membantu memahami keberhasilan belajar dan mengidentifikasi siswa yang membutuhkan dukungan akademik, sementara model prediktif terbaru semakin mampu mendeteksi risiko belajar lebih awal (Ifenthaler & Yau, 2020; Sghir *et al.*, 2023). Namun, efektivitas intervensi berbasis *learning analytics* tidak hanya bergantung pada akurasi prediksi, tetapi juga pada ketepatan sasaran dan desain tindakan yang diberikan kepada siswa (Liu *et al.*, 2025). Karena itu, prediksi risiko belum cukup sebagai dasar operasional apabila tidak diikuti mekanisme yang menentukan jenis intervensi, prioritas penerima layanan, dan distribusi intervensi secara adil.

Sejumlah studi mulai mengarah pada personalisasi intervensi melalui integrasi machine learning, prinsip pedagogis, dan pemodelan perilaku belajar digital. Pendekatan *clustering* digunakan untuk mengelompokkan siswa berdasarkan jejak aktivitas pembelajaran, sedangkan kerangka *learning analytics* berbasis AI dikembangkan untuk mendukung rekomendasi akademik yang lebih spesifik (Alalawi *et al.*, 2025a; Alalawi *et al.*, 2025b; Pecuchova & Drlik, 2024).

Dalam pendidikan matematika, pendekatan komputasional dan berbasis data semakin relevan karena proses belajar dapat dianalisis melalui performa siswa, aktivitas pembelajaran, serta kemampuan berpikir komputasional yang mencakup dekomposisi, pengenalan pola, abstraksi, dan berpikir algoritmik

(Nasution, 2022; Simanjuntak *et al.*, 2023; Istnaini *et al.*, 2025). Meskipun demikian, *clustering* dalam studi-studi tersebut umumnya masih berfungsi sebagai alat segmentasi atau diagnosis profil, belum sebagai kendala keputusan yang menentukan alokasi intervensi secara proporsional antarkelompok siswa.

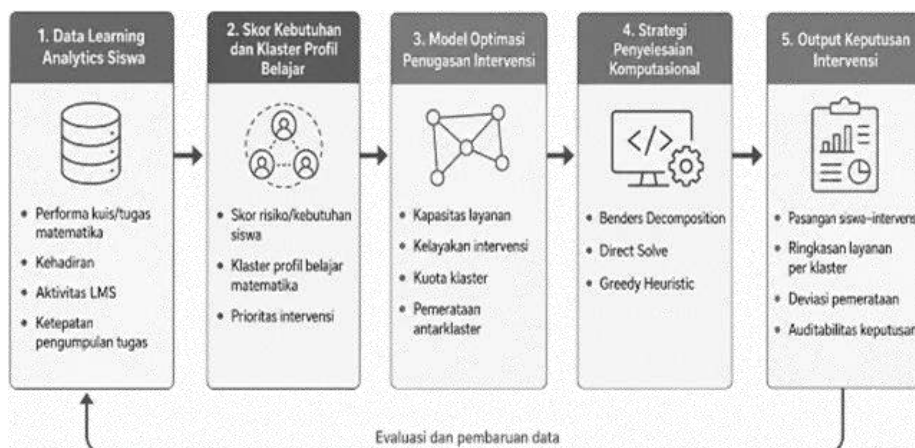
Di sisi lain, literatur optimasi pendidikan menunjukkan bahwa masalah alokasi dapat diformulasikan secara matematis, misalnya pada alokasi tutor, penempatan mahasiswa, dan penjadwalan perkuliahan (Caselli *et al.*, 2022; Thiruvady *et al.*, 2021; Rappos *et al.*, 2022). Studi tentang efisiensi dan fairness dalam penugasan siswa juga menunjukkan bahwa keputusan pendidikan dapat diperlakukan sebagai masalah optimasi yang menyeimbangkan kualitas alokasi dan keadilan distribusi (Rezaeinia *et al.*, 2022). Namun, arus ini belum banyak terhubung langsung dengan *learning analytics* pembelajaran matematika, terutama ketika keputusan harus memenuhi kapasitas layanan, prioritas risiko, dan pemerataan berbasis kluster secara simultan. Pada skala besar, kebutuhan ini menuntut strategi komputasional yang tidak hanya bergantung pada formulasi monolitik, tetapi juga memanfaatkan struktur dekomposisi untuk menangani kompleksitas MILP secara sistematis (Baardman *et al.*, 2023; Benders, 1962; Rahmaniani *et al.*, 2017).

Sintesis literatur menunjukkan bahwa pertanyaan yang masih belum terjawab adalah bagaimana menerjemahkan skor risiko dari *learning analytics* menjadi keputusan penugasan intervensi matematika yang memenuhi kapasitas, prioritas kebutuhan, dan pemerataan antarkluster secara

simultan, serta apakah model optimasi formal lebih mampu menjaga pemerataan layanan dibandingkan heuristic sederhana ketika kendala kluster diperketat. Masalah ini belum terselesaikan karena studi *learning analytics* masih dominan pada prediksi dan deteksi risiko, sedangkan optimasi pendidikan lebih sering membahas alokasi tutor, *placement*, atau *timetabling* tanpa mengaitkannya langsung dengan intervensi berbasis profil belajar matematika (Ifenthaler & Yau, 2020; Caselli *et al.*, 2022; Thiruvady *et al.*, 2021; Rappos *et al.*, 2022). Selain itu, kendala kluster umumnya diperlakukan sebagai isu *clustering*, bukan sebagai struktur keputusan dalam model penugasan intervensi (Vrain, 2024). Dengan demikian, belum tersedia kerangka optimasi yang secara terpadu mengubah data *learning analytics* pembelajaran matematika menjadi keputusan intervensi yang berbasis data, optimal, auditabel, dan adil.

Metode Penelitian

Penelitian ini menggunakan desain metodologis komputasional untuk mengembang-kan model penugasan intervensi pembelajaran matematika berbasis *learning analytics*. Fokusnya bukan menguji dampak intervensi di kelas, melainkan membangun model keputusan yang menentukan siswa mana yang perlu memperoleh intervensi dengan mempertimbangkan kebutuhan belajar, kapasitas layanan, dan pemerataan antarkluster. Prosedur penelitian mencakup representasi data siswa, skenario intervensi, model optimasi, dan evaluasi komputasional. Implementasi dilakukan menggunakan Python 3 dengan solver HiGHS melalui `scipy.optimize.milp` dan `scipy.optimize.linprog`.



Gambar 1. Skema model penugasan intervensi Pemb. matematika berbasis *learning analytics* & kendala kluster.

Alur konseptual pada Gambar 1 menunjukkan bagaimana data *learning analytics* siswa diterjemahkan menjadi keputusan penugasan intervensi pembelajaran matematika melalui pembentukan skor kebutuhan, klaster profil belajar, model optimasi, dan strategi penyelesaian komputasional. Gambar 1 menegaskan bahwa *learning analytics* tidak diposisikan hanya sebagai alat diagnosis, tetapi sebagai masukan untuk model keputusan. Data performa kuis atau tugas, kehadiran, aktivitas LMS, dan ketepatan pengumpulan tugas digunakan untuk membentuk skor kebutuhan serta klaster profil belajar. Informasi ini kemudian diproses dalam model optimasi dengan mempertimbangkan kapasitas layanan, kelayakan intervensi, kuota klaster, dan pemerataan antarklaster. Hasil akhirnya berupa pasangan siswa-intervensi, ringkasan layanan per klaster, deviasi pemerataan, dan jejak keputusan yang dapat diaudit.

Setiap siswa direpresentasikan melalui empat indikator pembelajaran matematika: performa kuis atau tugas, kehadiran, keterlibatan LMS, dan ketepatan pengumpulan tugas. Indikator tersebut membentuk skor kebutuhan atau risiko belajar dalam rentang 0 sampai 1; skor lebih tinggi menunjukkan kebutuhan intervensi lebih besar. Data yang digunakan adalah data sintesis terkalibrasi, bukan data riil siswa. Strategi ini dipilih agar ukuran masalah dan intensitas kendala dapat dikendalikan, hasil dapat direplikasi melalui random seed, dan privasi siswa tetap terjaga (Pardo & Siemens, 2014; Baumann & Hochbaum, 2025).

Tabel 1. Konfigurasi lima ukuran instance benchmark.

S	n	m	K	n×m	Tujuan
S1	50	5	3	250	Validasi kelayakan
S2	100	7	3	700	Benchmark BD & DS
S3	200	10	4	2.000	Uji skala menengah
S4	400	12	5	4.800	Uji skala besar
S5	600	15	5	9.000	Uji tekanan komputasi

Tabel 1 menyajikan skenario *instance* eksperimen S, jumlah siswa n, jumlah jenis intervensi m, jumlah klaster profil belajar K, dan jumlah kombinasi dasar siswa-intervensi yang dipertimbangkan model sebagai n×m. Tujuan menjelaskan fungsi utama setiap skenario dalam pengujian. Klaster profil belajar dibentuk menggunakan K-means dengan inisialisasi k-means++. Klaster tidak hanya berfungsi sebagai segmentasi, tetapi juga dasar pemerataan layanan intervensi.

Intervensi merepresentasikan dukungan pembelajaran matematika, seperti remedial adaptif, tutor sebaya, pengayaan, monitoring, dan konseling akademik. Setiap intervensi memiliki kapasitas terbatas, sehingga model harus memilih alokasi yang layak dan bermanfaat. Kelayakan siswa terhadap intervensi ditentukan berdasarkan rentang skor risiko dan pembatasan operasional. Kapasitas total dikalibrasi agar dapat melayani setidaknya 60% populasi siswa. Pemerataan diuji melalui kendala klaster: *Loose* (Longgar), *Medium* (Sedang), dan *Tight* (Ketat).

Model menghubungkan himpunan siswa I , himpunan intervensi J , dan himpunan klaster C . Setiap siswa i berada pada satu klaster c , sedangkan intervensi j memiliki kapasitas tertentu. Relasi partisi siswa berdasarkan klaster disajikan pada Persamaan (1).

$$I_c \cap I_{c'} = \emptyset \text{ for } (c \neq c'), \bigcup_{c \in C} I_c = I \quad (1)$$

Model memiliki dua tingkat keputusan. Keputusan agregat menentukan jumlah siswa dari setiap klaster yang dialokasikan ke setiap intervensi. Keputusan individual menentukan siswa mana yang ditugaskan ke intervensi tertentu. Jumlah maksimum siswa layak dari suatu klaster untuk suatu intervensi disajikan pada Persamaan (2).

$$E_{jc} := \sum_{i \in I_c} e_{ij}, \quad (2)$$

Fungsi tujuan model memaksimalkan manfaat penugasan dengan penalti terhadap ketidakmerataan klaster. Kendala model mencakup kapasitas intervensi, ukuran klaster, kelayakan siswa, kuota minimum dan maksimum klaster, serta hubungan keputusan agregat dan individual. Rumusan lengkap disajikan pada Persamaan (3)-(16).

$$\max_{z, \delta, \eta} Z_m = \eta - \lambda \sum_{c \in C} \delta_c \quad (3)$$

$$\sum_{c \in C} z_{jc} \leq u_j, \quad \forall j \in J \quad (4)$$

$$\sum_{j \in J} z_{jc} \leq |I_c|, \quad \forall c \in C \quad (5)$$

$$z_{jc} \leq E_{jc}, \quad \forall j \in J, c \in C \quad (6)$$

$$\sum_{j \in J} z_{jc} \geq q_c^{\min} - \delta_c, \quad \forall c \in C \quad (7)$$

$$\sum_{j \in J} z_{jc} \leq q_c^{\max}, \quad \forall c \in C \quad (8)$$

$$\eta \leq V^{(t)} + \sum_{j \in J} \sum_{c \in C} \pi_{jc}^{(t)} (z_{jc} - z_{jc}^{(t)}), \quad (9)$$

$$\forall t \in T$$

$$\eta \leq \bar{V} \quad (10)$$

$$z_{jc} \in \mathbb{Z}_{\geq 0}, \quad \delta_c \geq 0, \quad \forall j \in J, c \in C \quad (11)$$

$$V(z^*) = \max_x \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} s_i w_j x_{ij} \quad (12)$$

$$\sum_{j \in J} x_{ij} \leq 1, \quad \forall i \in I \quad (13)$$

$$x_{ij} \leq e_{ij}, \quad \forall i \in I, \forall j \in J \quad (14)$$

$$\sum_{i \in I_c} x_{ij} \leq z_{jc}^*, \quad \forall j \in J, \forall c \in C \quad (15)$$

$$x_{ij} \geq 0, \quad \forall i \in I, \forall j \in J \quad (16)$$

Model diselesaikan menggunakan Benders Decomposition sebagai alat pendukung keputusan. Strategi ini memisahkan keputusan agregat berbasis kluster pada master problem dan penugasan individual pada subproblem. Pemisahan ini membuat keputusan lebih *auditabel* karena distribusi layanan antarkluster dan penugasan siswa dapat diperiksa terpisah. Subproblem selalu *feasible* karena keputusan tidak menugaskan siswa tetap memenuhi kendala dasar. Selain itu, struktur subproblem bersifat *totally unimodular*, sehingga relaksasi linear dapat menghasilkan solusi integral tanpa *branch-and-bound* pada level subproblem (Wolsey & Nemhauser, 2014).

Tiga metode dibandingkan: Benders Decomposition (BD), Direct Solve (DS), dan Greedy Heuristic (GH). DS menjadi pembanding eksak terhadap model monolitik, sedangkan GH menjadi baseline sederhana berbasis skor risiko tertinggi dan kapasitas tersisa. Keberhasilan model dinilai melalui *Feasibility Rate*, *Runtime*, *Optimality Gap*, iterasi BD, stabilitas nilai objektif, *Fairness Deviation* (FairDev), dan profil konvergensi. Definisi formal *Optimality Gap* dan *Fairness Deviation* disajikan pada Persamaan (17) dan (18).

$$\text{Gap} = \frac{|UB - LB|}{|UB| + |LB|} \times 100\%, \quad (17)$$

$$\text{FairDev} = \frac{1}{K} \sum_{c=1}^K |p_c - \alpha_c|, \quad (18)$$

Desain eksperimen mencakup lima ukuran instance, lima random seed, tiga tingkat kendala

kluster, dan tiga metode penyelesaian, sehingga menghasilkan 225 run komputasional.

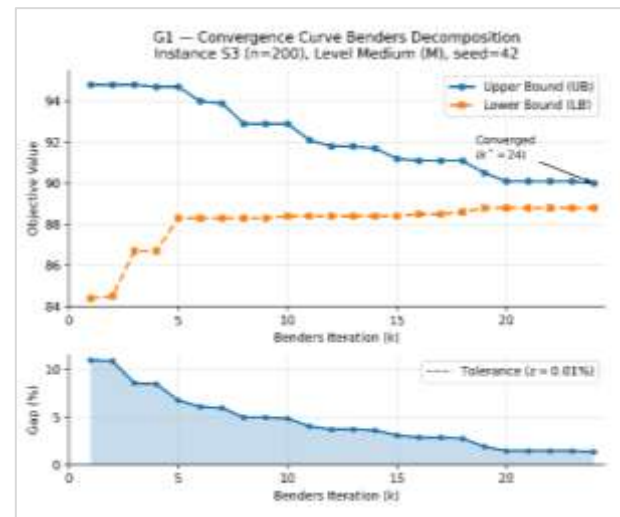
Hasil Penelitian

Kelayakan Model dalam Menugaskan Siswa ke Intervensi Matematika

Seluruh skenario pengujian menghasilkan solusi *feasible*. Dari 225 run komputasional yang mencakup lima ukuran instance, lima random seed, tiga tingkat kendala kluster, dan tiga metode penyelesaian, tidak ditemukan kasus *infeasible*. *Feasibility Rate* mencapai 100% pada seluruh konfigurasi, termasuk pada tingkat kendala Ketat. Hasil ini menunjukkan bahwa model mampu memenuhi kapasitas intervensi, kelayakan siswa, dan batas kuota kluster secara konsisten.

Kinerja Benders Decomposition pada berbagai ukuran instance dan tingkat kendala kluster disajikan pada Tabel 2. Tabel ini menunjukkan bagaimana model mempertahankan kelayakan solusi, mengontrol optimality gap, dan menghasilkan nilai FairDev yang berubah sesuai kekuatan kendala pemerataan.

Untuk memperjelas perilaku komputasional model, Gambar 1 menampilkan profil konvergensi BD pada instance S3 tingkat Sedang. Profil ini memperlihatkan perubahan nilai batas atas, batas bawah, dan gap selama proses iterasi.



Gambar 2. Profil konvergensi Benders Decomposition berdasarkan nilai batas dan gap.

Tabel 2 menunjukkan bahwa BD menghasilkan solusi mendekati optimal pada instance kecil, dengan gap di bawah 0,5%. Pada instance besar, gap meningkat hingga kisaran 4,37%-8,09%, tetapi solusi tetap *feasible*. Penurunan FairDev pada tingkat Ketat

menunjukkan bahwa model mampu menjaga pemerataan layanan antarklaster meskipun kompleksitas instance meningkat.

Gambar 2 menunjukkan bahwa *Upper Bound* menurun, sedangkan *Lower Bound* meningkat secara

bertahap hingga gap mengecil pada iterasi akhir. Pola ini menandakan bahwa Benders optimality cut bekerja efektif dalam memperbaiki kualitas solusi dan mengarahkan model menuju penugasan intervensi yang stabil.

Tabel 2. Kinerja Benders Decomposition pada seluruh skenario.

S	n	Level	Runtime ± std	Gap (%)	Iter ± std	$\sigma(z^*)$	FairDev
S1	50	L	2.94 ± 3.07	0.43	24.4 ± 12.9	3.46	0.42
S1	50	M	3.44 ± 1.81	0.45	32.0 ± 8.8	3.47	0.27
S1	50	T	1.92 ± 0.94	0.43	22.8 ± 4.1	11.34	0.02
S2	100	L	13.59 ± 3.19	1.48	31.2 ± 14.0	6.04	0.41
S2	100	M	14.04 ± 6.72	2.60	24.8 ± 17.0	7.29	0.31
S2	100	T	14.54 ± 10.60	2.60	21.4 ± 9.3	19.61	0.03
S3	200	L	12.39 ± 3.28	4.02	27.4 ± 12.1	7.44	0.44
S3	200	M	15.08 ± 3.93	5.12	25.8 ± 14.5	8.75	0.33
S3	200	T	17.59 ± 2.71	4.96	29.2 ± 12.8	24.73	0.02
S4	400	L	8.04 ± 0.23	7.77	27.5 ± 26.0	16.19	0.40
S4	400	M	8.06 ± 0.44	8.08	29.5 ± 21.7	20.37	0.33
S4	400	T	8.10 ± 0.14	8.09	31.5 ± 20.0	50.93	0.03
S5	600	L	8.11 ± 0.08	4.37	31.0 ± 30.4	4.97	0.41
S5	600	M	8.13 ± 0.29	5.47	29.5 ± 30.4	6.81	0.34
S5	600	T	8.11 ± 0.05	5.96	31.0 ± 28.3	30.04	0.02

Perbandingan Pendekatan Optimasi dan Heuristik dalam Keputusan Intervensi

Perbandingan BD, Direct Solve (DS), dan Greedy Heuristic (GH) pada tingkat kendala Sedang disajikan pada Tabel 3. Perbandingan ini digunakan untuk melihat *trade-off* antara kecepatan komputasi, kualitas solusi, dan kemampuan model menjaga struktur keputusan yang dapat diaudit.

Tabel 3 menunjukkan bahwa DS memiliki waktu komputasi paling cepat pada seluruh ukuran *instance*, sedangkan GH hampir instan tetapi tidak memberi jaminan optimalitas. BD membutuhkan waktu lebih besar, tetapi menyediakan struktur keputusan yang lebih auditabel karena memisahkan alokasi agregat klaster dan penugasan individual siswa.

Tabel 3. Perbandingan ringkas BD, DS, dan GH pada kendala Sedang.

S	n	Runtime (s)			FairDev	Keterangan
		BD	DS	GH	BD	
S1	50	3.44±1.81	0.007±0.005	0.000±0.000	0.27	BD: mendekati optimal; DS: optimal; GH: menghasilkan gap jauh lebih besar.
S2	100	14.04±6.72	0.038±0.030	0.001±0.000	0.31	BD: mendekati optimal dalam batas waktu; DS tetap lebih cepat.
S3	200	15.08±3.93	0.096±0.052	0.001±0.000	0.33	BD: mendekati optimal; DS sekitar 157 kali lebih cepat.
S4	400	8.06±0.44	0.101±0.025	0.002±0.001	0.33	BD: berhenti karena batas waktu; DS tetap efisien.
S5	600	8.13±0.29	0.197±0.065	0.004±0.001	0.34	BD: berhenti karena batas waktu; DS menunjukkan skalabilitas terbaik.

Dalam konteks intervensi pembelajaran matematika, hasil ini penting karena metode tercepat belum tentu paling informatif bagi pengambil keputusan. DS kuat sebagai pembanding eksak, GH

berguna sebagai baseline sederhana, sedangkan BD memberikan kelebihan pada transparansi proses alokasi. Dengan demikian, evaluasi metode tidak hanya

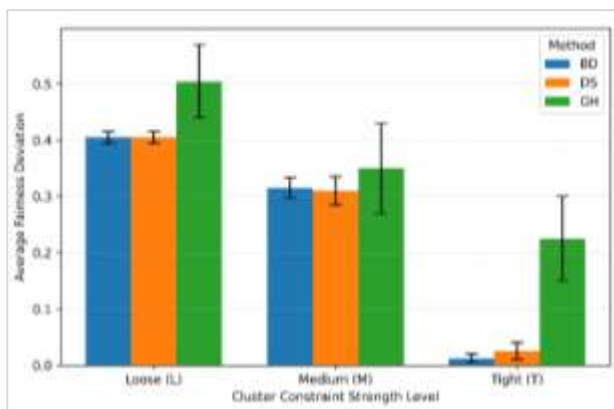
dibaca dari runtime, tetapi juga dari kegunaannya dalam menjelaskan keputusan intervensi.

Pemerataan Layanan Intervensi Antarkluster Profil Belajar

Pemerataan layanan antarkluster dianalisis menggunakan FairDev. Nilai FairDev yang lebih kecil menunjukkan bahwa proporsi layanan pada setiap kluster semakin mendekati target pemerataan. Perubahan FairDev pada tingkat kendala Longgar, Sedang, dan Ketat ditampilkan pada Gambar 3.

Gambar 3 menunjukkan bahwa FairDev menurun ketika kendala kluster diperketat. BD dan DS menghasilkan pola pemerataan yang lebih baik dibanding GH, terutama pada tingkat Ketat. Temuan ini menunjukkan bahwa model optimasi formal lebih mampu menjaga pemerataan layanan antarkluster dibanding heuristik sederhana ketika kebijakan intervensi menuntut distribusi layanan yang adil.

Secara substantif, hasil ini memperlihatkan bahwa kendala kluster berfungsi sebagai instrumen kebijakan dalam penugasan intervensi pembelajaran matematika. Kendala *Loose* (Longgar) memberi keleluasaan model untuk mengejar manfaat total, sedangkan kendala *Tight* (Ketat) memaksa distribusi layanan lebih seimbang. *Trade-off* ini penting karena keputusan intervensi harus mempertimbangkan kebutuhan siswa sekaligus pemerataan akses layanan.



Gambar 3. Deviasi pemerataan layanan antarkluster pada tingkat kendala Longgar, Sedang, dan Ketat.

Pembahasan

Hasil penelitian menunjukkan bahwa model optimasi mampu menugaskan siswa ke intervensi pembelajaran matematika secara *feasible* pada seluruh skenario uji. *Feasibility rate* 100% menunjukkan konsistensi antara kebutuhan siswa, kapasitas intervensi, kelayakan layanan, dan kuota kluster. Penurunan FairDev saat kendala diperketat menunjukkan bahwa model tidak hanya mengejar manfaat alokasi, tetapi juga mengendalikan pemerataan antarkelompok profil belajar.

Dibandingkan *learning analytics* yang dominan pada prediksi risiko, penelitian ini bergerak ke arah preskriptif: menentukan intervensi berdasarkan analitik belajar. Studi sebelumnya menunjukkan bahwa efektivitas intervensi bergantung pada ketepatan sasaran tindakan (Ifenthaler & Yau, 2020; Liu *et al.*, 2025). Berbeda dari alokasi tutor, *placement*, dan *timetabling*, studi ini menghubungkan *learning analytics* matematika dengan keputusan intervensi berbasis kluster (Caselli *et al.*, 2022; Thiruvady *et al.*, 2021; Rappos *et al.*, 2022; Vrain, 2024).

Temuan ini menjawab gap utama: belum tersedianya kerangka optimasi yang mengubah skor risiko *learning analytics* menjadi penugasan intervensi matematika dengan kapasitas, prioritas kebutuhan, dan pemerataan antarkluster secara simultan. Perbandingan dengan Greedy Heuristic menegaskan bahwa heuristik memang cepat, tetapi lebih lemah menjaga pemerataan saat kendala kluster diperketat. Karena itu, keputusan intervensi memerlukan model formal yang efisien, auditabel, dan adil.

Implikasi penelitian, secara praktis, model ini membantu guru, dosen, atau pengelola akademik menentukan prioritas siswa, jenis intervensi, dan proporsi layanan antarkluster ketika kapasitas terbatas. Secara metodologis, model ini menunjukkan bahwa *learning analytics* tidak hanya dapat digunakan untuk memprediksi risiko belajar, tetapi juga dapat dikembangkan menjadi dasar keputusan preskriptif yang terukur, auditabel, dan adil.

Keterbatasan penelitian ini terletak pada penggunaan data sintetis terkalibrasi sehingga belum sepenuhnya menangkap dinamika kelas nyata. Penelitian ini juga belum menguji dampak intervensi terhadap hasil belajar, belum menggunakan skenario multi-periode, dan belum memasukkan aspek

pedagogis yang lebih rinci, seperti miskonsepsi, gaya belajar, atau kesiapan afektif siswa.

Penelitian selanjutnya perlu memvalidasi model dengan data *learning analytics* nyata dari pembelajaran matematika, termasuk kuis, tugas, kehadiran, LMS, dan riwayat intervensi. Model juga perlu diperluas ke skenario multi-periode agar keputusan dapat diperbarui mengikuti perkembangan siswa. Secara pedagogis dan komputasional, formulasi dapat diperkaya dengan intervensi spesifik materi serta penguatan Benders Decomposition melalui *cut*, *warm-start*, atau *dashboard* keputusan.

Penutup

Penelitian ini menunjukkan bahwa model optimasi berbasis *learning analytics* dapat digunakan untuk menugaskan siswa ke intervensi pembelajaran matematika secara *feasible*, terukur, dan auditabel. Seluruh skenario uji menghasilkan solusi layak, sementara penurunan FairDev pada kendala klaster yang lebih ketat menunjukkan bahwa model mampu mengendalikan pemerataan layanan antarkelompok profil belajar. Perbandingan metode juga menunjukkan bahwa pendekatan optimasi formal lebih kuat daripada heuristik sederhana dalam menjaga distribusi layanan, meskipun Direct Solve lebih cepat pada skenario yang diuji. Dengan demikian, model ini dapat menjadi dasar pendukung keputusan bagi guru, dosen, atau pengelola akademik dalam menentukan prioritas intervensi saat kapasitas layanan terbatas. Penelitian lanjutan direkomendasikan untuk menggunakan data *learning analytics* nyata, menguji dampak intervensi terhadap hasil belajar matematika, serta mengembangkan model multi-periode yang lebih dekat dengan dinamika pembelajaran di kelas.

Ucapan Terima Kasih

Penulis menyampaikan terima kasih atas dukungan pendanaan dari Lembaga Penelitian dan Pengabdian kepada Masyarakat (LPPM), Universitas Negeri Medan, melalui skema pendanaan PDP tahun 2026.

Daftar Pustaka

Alalawi, K., Athauda, R., & Chiong, R. (2025a). An extended learning analytics framework integrating machine learning and pedagogical approaches for

student performance prediction and intervention. *International Journal of Artificial Intelligence in Education*, 35(3), 1239–1287.

Alalawi, K., Athauda, R., Chiong, R., & Renner, I. (2025b). Evaluating the student performance prediction and action framework through a learning analytics intervention study. *Education and Information Technologies*, 30(3), 2887–2916.

Baardman, L., Cristian, R., Perakis, G., Singhvi, D., Skali Lami, O., & Thayaparan, L. (2023). The role of optimization in some recent advances in data-driven decision-making. *Mathematical Programming*, 200(1), 1–35.

Baumann, P., & Hochbaum, D. S. (2025). An Algorithm for Clustering with Confidence-Based Must-Link and Cannot-Link Constraints. *INFORMS Journal on Computing*, 37(4), 1044–1068.

Benders, J. F. (1962). Partitioning procedures for solving mixed-variables programming problems. *Numerische Mathematik*, 4(1), 238–252.

Caselli, G., Delorme, M., & Iori, M. (2022). Integer linear programming for the tutor allocation problem: A practical case in a British university. *Expert Systems with Applications*, 187, 115967.

Clautiaux, F., & Ljubić, I. (2025). Last fifty years of integer linear programming: A focus on recent practical advances. *European Journal of Operational Research*, 324(3), 707–731.

Demartini, C. G., Sciascia, L., Bosso, A., & Manuri, F. (2024). Artificial Intelligence Bringing Improvements to Adaptive Learning in Education: A Case Study. *Sustainability*, 16(3), 1347.

Ifenthaler, D., & Yau, J. Y.-K. (2020). Utilising learning analytics to support study success in higher education: A systematic review. *Educational Technology Research and Development*, 68(4), 1961–1990.

Istnaini, M. A. L., Aini, K. N., & Rohim, A. (2025). Pengaruh penggunaan Photomath terhadap kemampuan representasi matematis siswa dalam menyelesaikan soal fungsi kuadrat. *Jurnal Fibonacci: Jurnal Pendidikan Matematika*, 6(2), 75–84.

Khalil, M., Slade, S., & Prinsloo, P. (2024). Learning analytics in support of inclusiveness and disabled students: A systematic review. *Journal of Computing in Higher Education*, 36(1), 202–219.

- Liu, Y., Wang, W., & Xu, E. (2025). The Effectiveness of Learning Analytics-Based Interventions in Enhancing Students' Learning Effect: A Meta-Analysis of Empirical Studies. *Sage Open*, 15(2), 21582440251336707.
- Nasution, N. A. (2022). Efektivitas pembelajaran matematika dengan model blended learning melalui pendekatan STEM (Science, Technology, Engineering, Mathematics) di SMK Sandhy Putra-2 Medan. *Jurnal Fibonacci: Jurnal Pendidikan Matematika*, 3(2), 22–27.
- Pardo, A., & Siemens, G. (2014). Ethical and privacy principles for learning analytics. *British Journal of Educational Technology*, 45(3), 438–450.
- Pecuchova, J., & Drlik, M. (2024). Enhancing the early student dropout prediction model through clustering analysis of students' digital traces. *IEEE Access*, 12, 159336–159367.
- Rahmaniani, R., Crainic, T. G., Gendreau, M., & Rei, W. (2017). The Benders decomposition algorithm: A literature review. *European Journal of Operational Research*, 259(3), 801–817.
- Rappos, E., Thiémar, E., Robert, S., & Hêche, J.-F. (2022). A mixed-integer programming approach for solving university course timetabling problems. *Journal of Scheduling*, 25(4), 391–404.
- Rezaeinia, N., Góez, J. C., & Guajardo, M. (2022). Efficiency and fairness criteria in the assignment of students to projects. *Annals of Operations Research*, 319(2), 1717–1735.
- Sghir, N., Adadi, A., & Lahmer, M. (2023). Recent advances in predictive learning analytics: A decade systematic review (2012–2022). *Education and Information Technologies*, 28(7), 8299–8333.
- Siemens, G. (2013). Learning Analytics: The Emergence of a Discipline. *American Behavioral Scientist*, 57(10), 1380–1400.
- Simanjuntak, E., Armanto, D., & Dewi, I. (2023). Analisis kemampuan berpikir komputasional matematis siswa dalam menyelesaikan soal PISA konten change and relationship. *Jurnal Fibonacci: Jurnal Pendidikan Matematika*, 4(1), 11–17.
- Sušnjak, T. (2024). Beyond predictive learning analytics modelling and onto explainable artificial intelligence with prescriptive analytics and ChatGPT. *International Journal of Artificial Intelligence in Education*, 34(2), 452–482.
- Thiruvady, D., Morgan, K., Bedingfield, S., & Nazari, A. (2021). Allocating students to industry placements using integer programming and ant colony optimisation. *Algorithms*, 14(8), 219.
- Vrain, C. (2024). A review on declarative approaches for constrained clustering. *International Journal of Approximate Reasoning*, 171, 109135.
- Wolsey, L. A. (2020). *Integer programming*. John Wiley & Sons.
- Wolsey, L. A., & Nemhauser, G. L. (2014). *Integer and combinatorial optimization*. John Wiley & Sons.