



SIMULASI SUMUR POTENSIAL TAK HINGGA DENGAN METODE NUMEROV BERBASIS GUI (*Graphical User Interface*) MATLAB

Ulfa Isdamayanti dan Dewi Wulandari

Jurusan Fisika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Negeri Medan

ulfaisdamayanti@mhs.unimed.ac.id

wulandaridewi@unimed.ac.id

Diterima: Agustus 2021. Disetujui: September 2021. Dipublikasikan: Oktober 2021

ABSTRAK

Telah dilakukan simulasi sumur potensial tak hingga dengan metode Numerov berbasis GUI (*Graphical User Interface*) Matlab dengan tujuan untuk memudahkan perhitungan tingkat energi dan fungsi gelombang pada sumur potensial tak hingga. Hasil simulasi sumur potensial tak hingga untuk tingkat energi memiliki rata-rata galat senilai 0.1 % dibanding dengan perhitungan secara analitik. Hasil simulasi fungsi gelombang menggunakan GUI Matlab menunjukkan penambahan setengah gelombang untuk setiap kenaikan bilangan kuantum (n).

Kata Kunci: Sumur Potensial Tak Hingga, Metode Numerov, Persamaan Schrödinger, GUI Matlab

ABSTRACT

The simulation of Infinite Potential Well has been conducted with Numerov Method GUI (Graphical User Interface) Matlab-based with intend to facilitate the calculation of energy levels and to show wave functions in Infinite Potential Well. The result of simulation of Infinite Potential Well on energy levels have an average error 0.1% compared to analytic calculation. The simulation of wave function using GUI Matlab show the addition of half wave for increasing of quantum number (n).

Keywords: Infinite Potential Well, Numerov Method, Schrödinger equation, GUI Matlab

PENDAHULUAN

Perkembangan dunia mikroskopik sangat erat kaitannya dengan persamaan gelombang. Sifat gelombang sebagai partikel dikemukakan oleh Max Planck. Dalam percobaannya menjelaskan radiasi pada ruang vakum. Radiasi yang dipancarkan oleh setiap benda terjadi secara diskrit yang dipancarkan dalam satuan kecil, disebut kuantum (energi kuantum). Gagasan Planck berkembang menjadi teori baru yang disebut teori kuantum. (Hamzawi & Rajabi 2012)

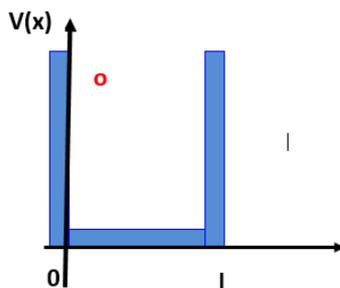
Hipotesa tentang gelombang pengarah sangat diilhami oleh studi mengenai gerak elektron dalam atom Bohr. Gelombang zat yang senantiasa menyertai gerak suatu zarah melengkapkan pandangan tentang dualisme zarah gelombang. Dengan demikian perbedaan antara cahaya dan zarah, atau lebih tegasnya antara gelombang dan zarah menjadi hilang. Gelombang cahaya dapat berperilaku sebagai zarah, sebaliknya zarah dapat berperilaku sebagai gelombang. (Hammed 2012) Pandangan semacam itu sangat berbeda dengan persepsi manusia tentang gejala-gejala fisik konkret yang dialami nya sehari-hari. Sejak abad ke-20 teori-

teori klasik mulai dipertanyakan kesahihannya untuk dipergunakan di tingkat atom yang sub-atom. Satu tahun setelah postulat de-Broglie disebarluaskan seorang ahli fisika dari Austria, Erwin Schrodinger berhasil merumuskan suatu persamaan diferensial umum untuk gelombang de-Broglie dan dapat ditunjukkan pula kesahihannya untuk berbagai gerak elektron. Persamaan diferensial ini yang selanjutnya dikenal sebagai persamaan gelombang Schrodinger sebagai pembuka jalan ke arah perumusan suatu teori mekanika kuantum yang komprehensif dan lebih formalistik.

Dalam mekanika kuantum persamaan yang paling mendasar adalah persamaan Schrodinger. Persamaan Schrodinger dapat ditulis secara matematis:

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2\psi_n(r) + V(r)\psi_n(r) = E_n\psi_n(r) \quad (1)$$

Persamaan Schrodinger merupakan persamaan yang dapat menyelesaikan permasalahan dalam alam mikroskopik. (Beiser, A. 1992) Persamaan Schrodinger dapat menjelaskan keadaan objek mikro yang tidak dapat dijelaskan dalam mekanika klasik salah satunya partikel dalam kotak khususnya partikel pada sumur potensial tak hingga. (Gasiorowicz, 2003)



Dalam gambar kasus sumur potensial tak hingga jika sebuah partikel o mempunyai energi E berada dalam karena potensial di luar sumur tak berhingga maka partikel hanya berada di dalam sumur, dan tidak dapat keluar. (Griffiths, 1995). Probabilitas menemukan partikel di dalam sumur sama dengan satu sedangkan probabilitas menemukannya di luar sumur sama dengan nol. (Rahmayani, 2014)

$$V(x) = \begin{cases} 0 & \text{jika } 0 \leq x \leq l \\ \infty & \text{jika lainnya} \end{cases} \quad (1)$$

Diluar dinding potensial dapat ditentukan tingkat energi dalam sumur

potensial tak hingga tersebut digunakan persamaan Schrodinger tak bergantung waktu :

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2\psi}{dx^2} = E\psi \quad (2)$$

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} = -k^2\psi \quad (3)$$

$$k = \frac{\sqrt{2mE}}{\hbar} \quad (4)$$

Dari persamaan (3), (4) dan (5) maka diperoleh persamaan energi nilai eigen dan energi fungsi eigen: (RiyaniIyut.2015)

$$E_n = \frac{k^2\hbar^2}{2m} = \frac{n^2\pi^2\hbar^2}{2ml^2} \quad (5)$$

$$\psi_n(x) = \sqrt{\frac{2}{l}} \sin\left(\frac{n\pi}{l}x\right) \quad (6)$$

Perhitungan fungsi gelombang dan tingkat energi pada potensial sumur sulit diperoleh secara analitik. (SuanaWayan. 2010) Untuk itu dibuat simulasi fungsi gelombang yang diselesaikan menggunakan metode numerik. Salah satu metode yang digunakan adalah metode Numerov. (Farug Muhammad. 2017).

Metode Numerov dapat diimplementasikan pada persamaan Schrodinger karena merupakan penyelesaian numerik persamaan diferensial orde dua. Adapun penurunan Metode Numerov dari ekspansi deret Taylor:

$$\frac{d^2 y}{dx^2} + k(x)y = f(x, y) \quad (7)$$

$$y_{i+1} = y_i + h \left(\frac{dy}{dx}\right)_i + \frac{1}{2}h^2 \left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)_i + \frac{1}{6}h^3 \left(\frac{d^3y}{dx^3}\right)_i + \dots \quad (8)$$

$$y_{i-1} = y_i - h \left(\frac{dy}{dx}\right)_i + \frac{1}{2}h^2 \left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)_i - \frac{1}{6}h^3 \left(\frac{d^3y}{dx^3}\right)_i + \dots \quad (9)$$

$$y_{i+1} + y_{i-1} = 2y_i + h^2 \left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)_i + \frac{1}{12}h^4 \left(\frac{d^4y}{dx^4}\right)_i + O(h^6) \quad (10)$$

Hasil dari substitusi persamaan Schrodinger ke ekspansi deret Taylor didapatkan persamaan 11:

$$\left(1 + \frac{(\Delta x)^2}{12} k_{i+1}^2\right) \psi_{i+1} = 2 \left(1 - \frac{5(\Delta x)^2}{12} k_i^2\right) \psi_i - \left(1 + \frac{(\Delta x)^2}{12} k_{i-1}^2\right) \psi_{i-1} + 0(\Delta x)^6 \quad (11)$$

Metode Numerov mudah diaplikasikan pada pemrograman. Simulasi Numerik dibuat dengan tujuan menjelaskan keadaan partikel dalam sumur potensial tak hingga.

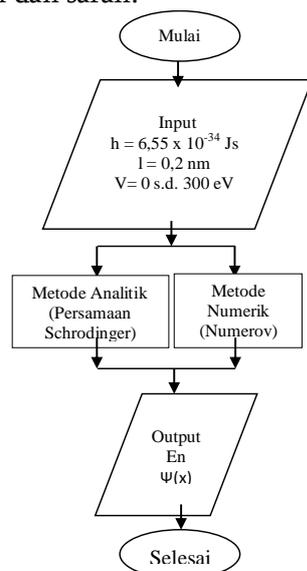
Penelitian ini didasarkan pada aplikasi metode Numerov yang digunakan untuk menyelesaikan persamaan sumur potensial tak hingga. Dalam hal ini persamaan sumur potensial tak hingga dapat diselesaikan dengan solusi metode Numerov yang dapat disimulasikan dengan GUI Matlab.

METODE PENELITIAN

Penelitian ini dilakukan di Laboratorium Fisika Universitas Negeri Medan pada 15 Oktober 2019 sampai 20 November 2019.

Alat dan bahan yang digunakan dalam penelitian ini adalah Laptop, Software Matlab R2014a dan Microsoft Excel 2013.

Tahapan pelaksanaan penelitian : tahap pertama yaitu mempersiapkan sumber-sumber referensi dan diagram alir penelitian. Tahap kedua yaitu membuat program simulasi Sumur potensial tak hingga dengan GUI Matlab. Tahap ketiga yaitu membuat pemhasanan dan menganalisis hasil program serta membuat kesimpulan dan saran.



Gambar1. Diagram Alir Pelaksanaan Penelitian

HASIL DAN PEMBAHASAN

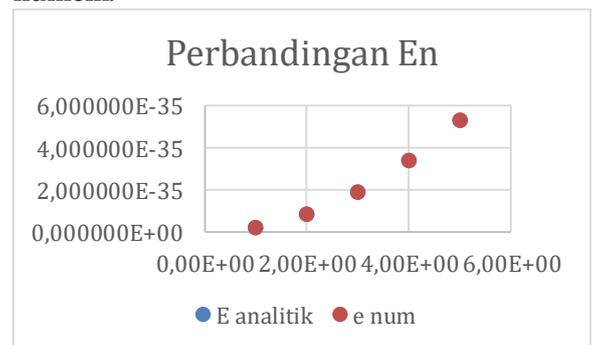
Hasil Penelitian

Telah dihasilkansimulasi perhitungan energi nilai eigen secara analitik dan numerik menggunakan Excel dan GUI Matlab dapat ditampilkan pada tabel 1.

Tabel 1. Energi nilai secara analitik dan numeik

Tingkat Energi	Analitik (En)	Numerik (En)	Galat
1	2,115 x 10 ⁻³⁶	2,111 x 10 ⁻³⁶	0,00189
2	8,460 x 10 ⁻³⁶	8,450 x 10 ⁻³⁶	0,00118
3	1,903 x 10 ⁻³⁵	1,902 x 10 ⁻³⁵	0,00053
4	3,384 x 10 ⁻³⁵	3,390 x 10 ⁻³⁵	0,00177
5	5,287 x 10 ⁻³⁵	5,288 x 10 ⁻³⁵	0,00011
Galat rata-rata			0,00110

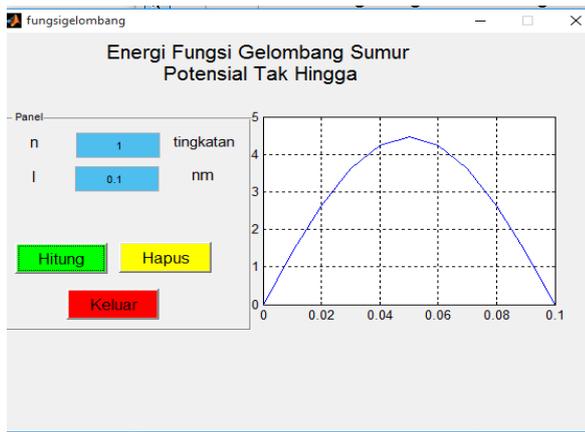
Dari data tabel 1. dapat kita buat grafik perbandingan Energi nilai secara analitik dan numeik.



Gambar 1. Grafik perbandingan Energi nilai secara analitik dan numeik.

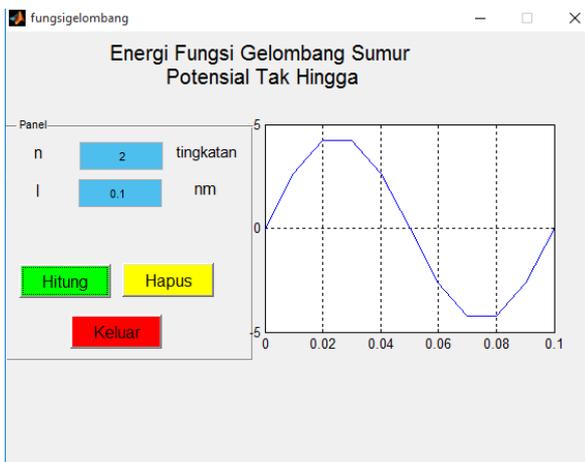
Berdasarkan data tabel 1 hasil simulasi perhitungan energi nilai eigen dengan metode analitik dan numerikgalat memiliki galat rata-rata0,00110. Nilaiagalat yang paling kecilterdapatpaddingkat energi ke-5dengannilaigalatadalah0,00011. Sedangkannilaigalat yang paling besarterdapatpaddingkat energi ke-1dengannilaigalatadalah0,00189. Metode Shooting cocok diaplikasikan pada perhitungan energi nilai eigen karena memiiki nilai galat yang kecil.

Hasil simulasi energi fungsi eigen dari tingkat energi 1 dapat dinyatakan dalam gambar 2.



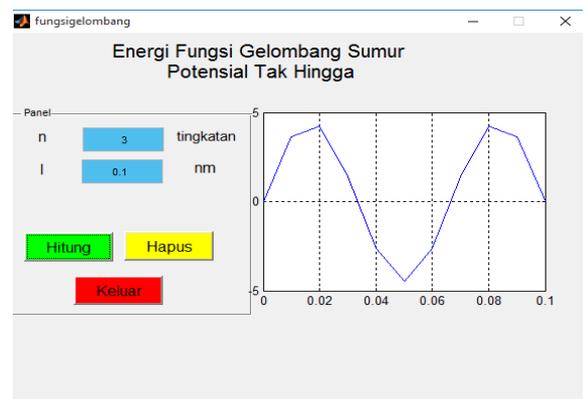
Gambar 2. Energi Fungsi Gelombang Tingkat 1

Hasil simulasi energi fungsi eigen pada sumur potensial tak hingga menggunakan GUI Matlab pada gambar 1 terlihat bahwa pada tingkat pertama dengan input $l=0,1$ nm memiliki nilai fungsi terendah 0 dan yang tertinggi 4,4721.



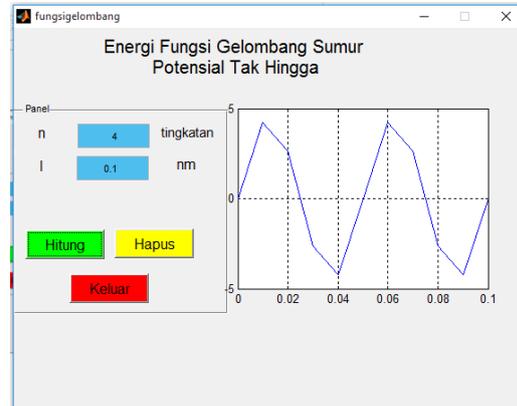
Gambar 3. Energi Fungsi Gelombang Tingkat 2

Hasil simulasi energi fungsi eigen pada sumur potensial tak hingga menggunakan GUI Matlab pada gambar 2 terlihat bahwa pada tingkat 2 dengan input $l=0,1$ nm memiliki nilai fungsi terendah -4,2533 dan yang tertinggi 4,2533.



Gambar 4. Energi Fungsi Gelombang Tingkat 3

Hasil simulasi energi fungsi eigen pada sumur potensial tak hingga menggunakan GUI Matlab pada gambar 3 terlihat bahwa pada tingkat 3 dengan input $l=0,1$ nm memiliki nilai fungsi terendah -4.2533 dan yang tertinggi 4,2533.



Gambar 5. Energi Fungsi Gelombang Tingkat 4
Hasil simulasi energi fungsi eigen pada sumur potensial tak hingga menggunakan GUI Matlab pada gambar 3 terlihat bahwa pada tingkat 3 dengan input $l=0,1$ nm memiliki nilai fungsi terendah -4.2533 dan yang tertinggi 4,2533.

KESIMPULAN DAN SARAN

Dari penelitian yang telah dilakukan maka didapat kesimpulan yaitu:

1. Dihasilkan simulasi tingkat energi dan fungsi gelombang dengan menggunakan metode numerov. Perhitungan tingkat energi secara numerik menggunakan Metode numerov memiliki rata-rata galat yang sangat rendah yaitu 0,1%.
2. Energi menunjukkan banyaknya gelombang yang terjadi pada tingkat tertentu. Kenaikan setengah gelombang menunjukkan kenaikan tingkat energi pada potensial sumur tak hingga. Program yang dibuat sesuai dengan teori.

Dari semua rangkaian penelitian yang telah dilakukan, ada beberapa saran yang dapat dilakukan untuk pengembangan penelitian ini, yaitu:

1. Peneliti selanjutnya melakukan simulasi dengan metode numerik lainnyadengan memberikan galat sekecil mungkin.

Untuk peneliti selanjutnya diharapkan mengembangkan simulasi tentang persamaan

Schrodinger menggunakan program GUI Matlab.

DAFTAR PUSTAKA

- Beiser, A., (1992), Konsep Fisika Modern Edisi Keempat. Erlangga:Jakarta
- Farug Muhammad, (2017), Analisis Algoritma Numerov dalam Komputasi persamaan Schrödinger 1D dengan TeknikDynamic programming, Universitas Indonesia.
- Gasiorowicz, Stephen., (2003), Quantum Physics.. Minnesota: University Minnesota Press.
- Griffiths D.J., (1995), Intoduction To Quantum Physics, Prentice-Hall.
- Hammed RH. 2012. Approximate Solution of Scrodinger Equation With Manning-Rosen Potential in Two Dimensions by using the shifted $1/N$ expansion method. Journal of Basrah Researches ((Sciences)) 38 (1), A(2012).
- Hamzawi M & Rajabi AA. 2012. Exact solutions of the Dirac equation for the new ring-shaped non-central harmonic oscillator potential. The European Physical Journal Plus 2013. (DOI 10.1140/epjp/i2013-13029-9).
- RiyaniIyut, Nilamsari, Kiftiah M, (2015), Penyelesaian Masalah Nilai Eigen Untuk Persamaan Differensial Sturm-Liouville Dengan Metode Numerov. FMIPA : Pontianak.
- Suana Wayan, (2010), Model Potensial 1 Dimensi, Pendidikan Fisika: Universitas Lampung