

# MODEL PROGRAM STOKASTIK DALAM TRANSPORTASI DAN LOGISTIK

**Chairunisah**

## **Abstrak**

Problema transportasi dan logistik dikarakteristikan dengan proses informasi yang sangat dinamis, seperti : pesanan konsumen yang datang pada saat pengiriman telah dilakukan, pengiriman produk jarak jauh yang berisiko mengalami penundaan , kesalahan atau kerusakan peralatan yang memerlukan waktu untuk perbaikan dan keputusan yang diambil di lapangan yang tidak selalu sesuai dengan rencana. Ketika problema transportasi menjadi suatu permasalahan yang sangat besar, maka dibutuhkan suatu teknik pemrograman matematika untuk memperoleh solusi optimal. Penelitian ini mengajukan suatu pemrograman matematika dan algoritma solusi untuk menyelesaikan problema transportasi dan logistik dalam rantai suplai. Metodologi yang digunakan dalam tesis ini adalah metode program stokastik pengalokasian dua tahap. Fungsi objektif dari model problema ini didesain untuk meminimumkan total investasi dan biaya operasional transportasi dan logistik di masa yang akan datang.

**Kata kunci :** *Program Stokastik, Transportasi dan Logistik, Rantai Suplai, Metode Alokasi Dua Tahap*

## **A. PENDAHULUAN**

Pada dekade terakhir ini perkembangan rantai suplai dipertimbangkan di dunia internasional, khususnya di bidang automobil, komputer, dan industri. Perkembangannya di dunia global menjadi motivasi bagi para praktisi dan peneliti untuk tertarik pada manajemen rantai suplai. Manajemen rantai suplai merupakan salah satu tugas penting di bidang ekonomi yang memiliki implikasi yang luas di bidang perindustrian. Rantai ini menjangkau setiap langkah proses dari pengolahan bahan mentah sampai menjadi suatu produk yang siap digunakan (Johnson et.al, 1999). Manajemen rantai suplai bukan hanya fenomena domestik saja tetapi juga menjadi tantangan bagi

globalisasi. Transportasi dan logistik meliputi semua hal yang berhubungan dengan aliran produk di dalam rantai suplai, termasuk didalamnya transportasi, gudang, dan penyediaan material.

Transportasi dan logistik merupakan suatu bentuk dari rantai suplai. Mengkombinasikan transportasi dan logistik untuk meningkatkan efisiensi di dalam lingkungan persaingan global merupakan suatu hal yang inovatif. Sistem transportasi dan logistik dengan tipe produk dan ruang lingkup pasar bahan mentah secara geografi, komponen dan hasil produksi, merupakan sasaran utama dari beberapa strategi yang ada. Sasaran utamanya adalah mendistribusikan produk

yang tepat pada tempat yang benar dan waktu yang tepat sehingga biaya menjadi minimum (Santoso et.al, 2005). Transportasi dan logistik berhubungan dengan aliran produk di dalam rantai suplai, meliputi transportasi, pergudangan dan penanganan material dan distribusi hasil produksi dari pabrik ke grosir, pengecer dan pengguna.

Sasaran dari transportasi dan logistik adalah memperkecil waktu dalam suatu rantai suplai. Ini meliputi tidak hanya memperkecil waktu pengiriman dari penyalur bahan mentah, barang-barang kebutuhan produksi, tetapi juga distribusi produk akhir dari pabrik ke grosir, pengecer dan konsumen (Santoso et.al, 2005). Program matematika deterministik dan stokastik sering digunakan sebagai model dan analisis kualitatif dalam problema transportasi dan logistik.

Transportasi, secara fundamental, merupakan suatu bisnis perpindahan sesuatu produk sehingga produk tersebut menjadi lebih bermanfaat. Jika terdapat suatu sumber daya pada lokasi  $i$ , sumber daya tersebut mungkin akan lebih bermanfaat pada lokasi yang lain  $j$ . Dalam kerangka yang sederhana ini, terdapat suatu variasi yang besar dari problema ini yang membutuhkan metode pemodelan dan algoritma khusus. Problema transportasi dan logistik dalam aplikasinya

pada kehidupan nyata menimbulkan beberapa problema baru. Problema transportasi menghadirkan suatu susunan pokok permasalahan yang memberikan pemodelan khusus dan algoritma pembanding. Hal ini meliputi (Powell dan Topaloglu, 2002) :

- a. Pentahapan waktu dari informasi. Pada transportasi pengangkutan, informasi selalu datang terlambat. Ini merupakan jantung dari problema model program stokastik.
- b. Keterlambatan informasi. Sering terjadi, konsumen memesan pada waktu  $t$ , tetapi pesanan tersebut akan dipenuhi pada waktu .
- c. Atribut sumber daya yang kompleks. Atribut sumber daya dapat menjadi kompleks, menimbulkan permasalahan dimana jumlah kendala bisa menjadi berjuta. Ini menjadi tantangan untuk model deterministik, tetapi menghadirkan suatu kesulitan khusus dalam konteks problema stokastik.
- d. Integralitas. Beberapa problema transportasi memperlihatkan struktur jaringan yang membuatnya menjadi lebih mudah untuk solusi integer atau non integer. Struktur ini dapat dengan mudah dihapus ketika terdapat ketidakpastian.
- e. Waktu perjalanan. Pada problema transportasi membutuhkan waktu untuk

berpindah dari satu lokasi ke lokasi lain dan selanjutnya, dimana ini merupakan sebuah pokok permasalahan minor dalam model deterministik. Pada model stokastik, kasus ini menimbulkan banyak komplikasi. Jika waktu perjalanan adalah deterministik, hasilnya dapat menjadi pertumbuhan ukuran yang dramatis dari jarak. Begitu pun, sering terjadi pada beberapa kasus waktu perjalanan tidak hanya problema stokastik, kasus tersebut tidak dapat diukur ketika perjalanan baru akan dimulai.

- f. Kontrol multi agen. Sistem transportasi yang besar dapat dikontrol oleh perantara- perantara yang berbeda yang mengontrol dimensi khusus dari sistem. Keputusan dari perantara yang lain diperlihatkan sebagai variabel acak pada seorang perantara utama.
- g. Implementasi. Apa yang direncanakan mungkin saja tidak sama dengan yang terjadi pada kenyataannya. Salah satu jenis pengabaian ketidakpastian adalah membedakan diantara keputusan yang direncanakan dengan keputusan yang diambil pada waktu pelaksanaan.

Terdapat dua jenis teknologi pemodelan yang sering digunakan, yang pertama model simulasi, yang sering digunakan dalam perencanaan yang membutuhkan pengertian dari perilaku

sistem yang meningkat setiap waktu. Kedua adalah model dan algoritma optimisasi deterministik, dimana model ini membutuhkan komputasi yang direkomendasikan pada keputusan yang diambil. Program deterministik mengasumsikan semua data diketahui dan tertentu. Bagaimanapun, beberapa data seperti parameter yang mewakili informasi tentang masa yang akan datang sering tidak dapat diketahui dengan pasti. Ketika sebagian dari data tidak pasti, program stokastik dapat diberlakukan dengan mengambil ketidakpastian ke dalam pertimbangan. Informasi tentang ketidakpastian dapat disatukan ke dalam model yang dapat meningkatkan kualitas keputusan (Powell dan Topaloglu, 2002).

Secara esensial program stokastik diajukan untuk menggantikan model deterministik, dimana koefisien dan parameter yang tidak diketahui bersifat acak dengan pengandaian sebaran peluang bebas dan peubah keputusan. Karena perkembangan metode komputasi yang sangat pesat mengakibatkan teknik program stokastik dipakai untuk menyelesaikan persoalan-persoalan dunia nyata. Program stokastik memberikan model dari ketidakpastian secara eksplisit pada proses pembuatan keputusan dengan menggunakan algoritma optimisasi. Model stokastik dapat memberikan solusi yang

lebih baik dan lebih baik digunakan dalam penelitian di bidang industri (Powell dan Topaloglu, 2002).

Powell dan Topaloglu (2002), telah menerapkan program stokastik pada problema transportasi dan logistik dengan menggunakan studi kasus pendistribusian mobil, sehingga diperoleh beberapa model optimisasi untuk penyelesaian problema ini, yaitu model miopik dan deterministik, model rekursif sederhana dan model rekursif terpisah. Penelitian ini menggunakan program stokastik untuk memodelkan problema transportasi dan logistik yang dirangkai dalam suatu rantai

## **B. PEMROGRAMAN STOKASTIK**

Problema transportasi dan logistik secara esensial tercakup di dalam suatu rantai suplai. Permasalahan rantai suplai transportasi dan logistik merupakan problema yang bersifat diskrit, mengandung ketidakpastian pada parameter model, sehingga penyelesaiannya dibutuhkan program stokastik.

Banyak permasalahan optimisasi mengandung ketidakpastian. Beberapa kasus dari permasalahan-permasalahan tersebut mengandung suatu proses acak, atau beberapa informasi tidak diketahui. Penggabungan ketidakpastian ini ke dalam

suplai dengan menggunakan metode pengalokasian dua tahap (*two stage allocation method*). Metode pengalokasian dua tahap merupakan suatu metode yang relatif sederhana, secara umum menggunakan notasi-notasi singkat/sederhana yang menandai kesederhanaan dari metode ini. Penggunaan metode ini dikarenakan beberapa parameter dari problema transportasi dan logistik dalam rantai suplai bersifat stokastik, dimana parameter tersebut berfungsi untuk menentukan fungsi objektif, sehingga dibutuhkan tahap ke dua untuk penyelesaiannya.

kendala dan fungsi objektif dari suatu program matematika menghasilkan program stokastik. Program stokastik menangani situasi-situasi dimana beberapa atau semua parameter masalah diuraikan berdasarkan variabel-variabel acak. Kasus-kasus seperti ini tampak umum di kehidupan nyata, dimana sulit untuk menentukan nilai-nilai parameter secara tepat.

Program stokastik merupakan program matematika, yang didalamnya mengandung ketidakpastian, beberapa data yang termuat tujuan atau kendala mengandung ketidakpastian,

ketidakpastian biasanya dicirikan oleh distribusi peluang pada parameter. Tujuan dari program stokastik adalah untuk mempertimbangkan efek-efek acak ini secara eksplisit dalam pemecahan model.

$$\text{Min } f(x) = c^T x = \sum_{j=1}^n c_j x_j \quad (2.1)$$

$$\text{s.t. } A_i^T x = \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \geq b_i \quad (2.2)$$

$$x_j \geq 0 \quad (2.3)$$

dimana  $c_j$ ,  $a_{ij}$ , dan  $b_i$  merupakan variabel acak (variabel keputusan  $x_j$  diasumsikan deterministik) yang diketahui distribusi peluangnya.

### Model Program Stokastik Dua Tahap

Model program stokastik dua tahap merupakan konversi problema stokastik ke dalam problema deterministik yang ekuivalen. Penyelesaian program stokastik dua tahap terdiri atas vektor acak dan deterministik. Pada pendekatan model program stokastik dua tahap, variabel keputusannya dibagi menjadi dua bagian.

Gagasan dasar dari semua model program stokastik adalah untuk mengubah sifat probabilistik masalah menjadi situasi deterministik yang setara. Bentuk umum dari program stokastik sebagai berikut:

Tahap pertama adalah menentukan variabel keputusan dari parameter ketidakpastian. Selanjutnya, membuat fungsi objektif untuk meminimumkan jumlah biaya dan nilai ekspektasi pada tahap pertama. Bentuk umum dari model program stokastik dua tahap adalah:

$$\text{Min}_{x \in \mathbb{R}^n} c^T x + E[Q(x, \xi)] \quad (2.4)$$

$$\text{s.t. } Ax = b, \quad x \geq 0 \quad (2.5)$$

Dimana  $Q(x, \xi)$  adalah nilai optimal dari problema tahap kedua

$$\text{Min}_{y \in \mathbb{R}^m} q^T y \quad (2.6)$$

$$\text{s.t. } Tx + Wy = h, \quad y \geq 0 \quad (2.7)$$

$\xi = (q, h, T, W)$  adalah data dari problema tahap kedua, yang merupakan vektor dari parameter yang ada pada tahap kedua. Diasumsikan beberapa/semua elemen adalah acak, dapat ditulis dengan  $\xi(\omega)$ . Pada tahap pertama diperlihatkan

beberapa/semua elemen vektor  $\xi$  yang bersifat acak dan operator ekspektasi yang berkenaan dengan distribusi probabilitas dari  $\xi$ .  $E \subset \mathbb{R}^d$  mendasari distribusi probabilitas dari  $\xi$ .

### C. HASIL DAN PEMBAHASAN

Problema transportasi dan logistik dalam suatu rantai suplai dapat digambarkan dalam formulasi matematika deterministik. Andaikan suatu jaringan rantai suplai  $G = (N, A)$ , dimana  $N$  adalah himpunan node (sumber atau tujuan) dan  $A$  himpunan arc (busur yang menghubungkan sebuah sumber dan sebuah tujuan yang mewakili rute pengiriman barang). Himpunan  $N$  terdiri atas himpunan penyalur  $S$ , himpunan fasilitas produksi  $P$  dan himpunan konsumen  $C$ , sehingga  $N = S \cup P \cup C$ . Fasilitas produksi meliputi pusat produksi  $M$ , fasilitas penyelesaian hasil produksi  $F$ , dan gudang  $W$ , sehingga  $P = M \cup F \cup W$ . Pusat produksi  $i \in M$  atau fasilitas penyelesaian hasil produksi  $i \in F$  terdiri atas himpunan pabrik dan alat untuk penyelesaian hasil produksi  $N_i$ . Himpunan  $P$  meliputi pusat produksi dan alat-alat yang digunakan untuk proses produksi. Andaikan  $K$  adalah himpunan distribusi produk dalam rantai suplai.

Bentuk dari rantai suplai terdiri atas keputusan untuk menentukan pusat produksi untuk memproduksi dan alat yang digunakan untuk proses penyelesaian produksi. Diasosiasikan sebuah variabel biner  $y_i$  untuk keputusan,  $y_i = 1$  jika suatu fasilitas produksi  $i$  diperlukan atau mesin  $i$  diperlukan, dan 0 jika tidak diperlukan. Keputusan operasional terdiri atas rute aliran produk distribusi produk  $k \in K$  dari penyalur ke konsumen. Andaikan  $x_{ij}^k$  adalah aliran produk distribusi produk  $k$  dari node  $a$  ke node  $j$ , dimana  $(ij) \in A$ . Untuk pembuatan model diasumsikan karakteristik operasional dan desain parameter untuk rantai suplai adalah deterministik, dan parameter permintaan, harga dan kapasitas sumber daya mengandung ketidakpastian. Maka bentuk model matematika deterministik untuk problema transportasi dan logistik dalam rantai suplai :

$$\min \sum_{i \in P} c_1 y_i + \sum_{k \in K} \sum_{(ij) \in A} q_{ij}^k x_{ij}^k \quad (3.1)$$

$$\text{s.t. } y \in Y \subseteq \{0,1\}^{|P|}, \quad (3.2)$$

$$\sum_{i \in N} x_{ij}^k - \sum_{i \in N} x_{ji}^k = 0 \quad \forall j \in P, \forall k \in K, \quad (3.3)$$

$$\sum_{i \in N} x_{ij}^k \geq d_j^k \quad \forall j \in C, \forall k \in K, \quad (3.4)$$

$$\sum_{j \in N} x_{ij}^k \geq s_i^k \quad \forall i \in S, \forall k \in K, \quad (3.5)$$

$$\sum_{k \in K} r_j^k (\sum_{i \in N} x_{ij}^k) \leq m_j y_j \quad \forall j \in P, \quad (3.6)$$

$$x \in R_+^{|A| \times |K|} \quad (3.7)$$

dimana :

$c_i$  = biaya investasi untuk membangun fasilitas  $i$  atau memperoleh mesin  $i$ .

$q_{ij}^k$  = biaya produksi produk per unit dengan menggunakan fasilitas  $i$  dan atau transportasi produk pada arc  $(ij)$ .

Dari model di atas semua komponen diasumsikan berdasarkan sistem tahunan. Fungsi objektif (3.1) meminimumkan total investasi dan biaya operasional. Kendala (3.2) menyatakan himpunan  $Y$  logika kebebasan dan pembatasan, seperti  $y_i \leq y_j$  untuk semua  $i \in N_j$  dan  $j \in P$  atau  $F$ , sebagai contoh mesin  $i \in N_j$  hanya dapat diperoleh jika fasilitas  $j$  dibangun. Kendala ini juga menguatkan kebineran dari bentuk keputusan fasilitas produksi. Kendala (3.3) menguatkan konservasi aliran produk produk  $k$  melewati setiap proses di node  $j$ . Kendala (3.4) menyatakan total aliran produk  $k$  ke konsumen di node  $j$  harus melebihi permintaan  $d_j^k$  di node tersebut. Kendala (3.5) menyatakan total aliran produk  $k$  dari penyalur di node  $j$  harus

lebih kecil dari suplai  $s_j^k$  di node tersebut. Kendala (3.6) menjamin kapasitas kendala dari setiap node pemrosesan. Disini  $r_j^k$  menyatakan kebutuhan proses produksi per unit dari produk  $k$  di node  $j$ . Kapasitas kendala mengharuskan total kebutuhan proses produksi dari semua produk di node  $j$  menjadi lebih kecil dari kapasitas  $m_j$  dari fasilitas  $j$  jika fasilitas ini dibangun ( $y_j = 1$ ). Jika fasilitas  $j$  tidak dibangun ( $y_j = 0$ ) kendala akan menguatkan semua variabel aliran produk distribusi  $x_{ij}^k = 0$  untuk semua  $i \in N$ . Kendala (3.7) menguatkan non negativitas dari bentuk variabel aliran produk ke dalam arc  $(ij) \in A$  dan produk  $k \in K$ . Model deterministik diatas dapat diringkas dengan notasi :

$$\min c^T y + q^T x \quad (3.8)$$

$$\text{s.t. } y \in Y \subseteq \{0,1\}^{|P|}, \quad (3.9)$$

$$Nx = 0 \quad (3.10)$$

$$Dx \geq d, \quad (3.11)$$

$$Sx \leq s, \quad (3.12)$$

$$Rx \leq My, \quad (3.13)$$

$$X \in R_+^{|A| \times |K|} \quad (3.14)$$

Vektor  $c$ ,  $q$ ,  $d$  dan  $s$  diatas bersesuaian dengan biaya investasi, biaya proses produksi/transportasi, permintaan, dan suplai. Notasi  $R$  bersesuaian dengan sebuah matriks dari  $r_j^k$ , dan notasi  $M$  bersesuaian dengan  $m_j$ .

Untuk memperluas model diatas menjadi model stokastik, diasumsikan bahwa biaya proses produksi /transportasi,

permintaan, suplai, dan kapasitas merupakan parameter stokastik dengan diketahui distribusi gabungannya. Sehingga model stokastik untuk problema transportasi dan logistik dalam suatu rantai suplai adalah sebagai berikut:

$$\min_y f(y) = c^T y + E[Q(y, \xi)] \quad (3.15)$$

$$s.t. y \in Y \subseteq \{0,1\}^{|P|}, \quad (3.16)$$

dimana  $Q(y, \xi)$  merupakan nilai optimal dari problema :

$$\min_{x,z} q^T x + h^T z \quad (3.17)$$

$$s.t. Nx = 0 \quad (3.18)$$

$$Dx + z \geq d, \quad (3.19)$$

$$Sx \leq s, \quad (3.20)$$

$$Rx \leq My, \quad (3.21)$$

$$x \in R_+^{|A| \times |K|} \quad (3.22)$$

$\xi$  pada persamaan (3.15) adalah vektor acak yang bersesuaian dengan biaya proses produksi/transportasi, permintaan, suplai, dan kapasitas yang tidak pasti. Nilai optimal  $Q(y, \xi)$  dari problema tahap kedua (3.17) hingga (3.22) merupakan fungsi dari variabel  $y$  keputusan pada tahap pertama dan sebuah skenario  $\xi = (q, d, s, m)$  dari parameter ketidakpastian. Ekspektasi pada persamaan (3.15) berkenaan dengan distribusi probabilitas dari  $\xi$  yang diperkirakan diketahui. Variabel  $z$  pada

kendala (3.19) dan komponen biaya  $h^T z$  pada persamaan (3.17) bersesuaian dengan pinalti pembatalan permintaan. Pinalti ini dapat diinterpretasikan sebagai biaya tidak adanya permintaan.

Model (3.15) hingga (3.22) merupakan model program stokastik dua tahap. Tahap pertama adalah bentuk dari keputusan  $y$ , tahap kedua terdiri dari proses produksi dan transportasi produk dari penyalur ke konsumen dalam suatu model optimal berdasarkan bentuk dan skenario

ketidakpastian yang diperoleh. Fungsi objektif dari model di atas meminimalkan biaya investasi  $c^T y$  dan ekspektasi biaya operasi di masa yang akan datang  $E [Q(y, \xi)]$ . Diasumsikan  $E [Q(y, \xi)]$  terdefinisi dengan baik dan terbatas sebagai pertimbangan untuk  $\xi$ . Sebagai

#### D. PENUTUP

Ide dasar dari program stokastik dalam optimisasi adalah mengkonversi problema ke dalam problema deterministik yang ekuivalen sehingga teknik linier (deterministik), nonlinier, geometrik dan program dinamik dapat diterapkan untuk memperoleh solusi optimal.

Model deterministik dipandang sebagai titik awal untuk pemodelan problema transportasi dan logistik. Model deterministik yang disajikan oleh Powell dan Topaloglu (2002) merupakan suatu model sederhana dari problema ini, dimana didalamnya terdapat pembatasan bahwa model tersebut tidak direkomendasikan untuk pengiriman ke depot regional tetapi direkomendasikan untuk pengiriman ke konsumen tertentu.

Model rekursif sederhana yang disajikan Powell dan Topaloglu (2002) diselesaikan dengan pemrograman konveks non linier memberikan suatu kendala jaringan dengan permintaan

konsekwensinya, problema (3.15) hingga (3.16) merupakan fungsi objektif  $f(y)$  yang terdefinisi dengan baik, dan ketika himpunan  $Y$  adalah tidak kosong dan terbatas, hal ini akan mempengaruhi solusi optimal.

diskrit, dan menghasilkan penambahan fungsi konveks linier untuk setiap pengiriman. Kelemahan dari model ini adalah bahwa model ini tidak meliputi kemampuan dari perusahaan untuk melakukan pengiriman alat transportasi ke suatu depot regional, dan kemudian menunggu untuk melakukan pengiriman dari depot ke konsumen. Pada kenyataannya, tidak mungkin suatu alat transportasi melakukan pengiriman ke konsumen tanpa harus melalui depot regional terlebih dahulu.

Problema transportasi dan logistik menghasilkan suatu struktur jaringan dan membutuhkan suatu solusi integer. Program stokastik dengan metode pengalokasian dua tahap dipandang dapat menyelesaikan problema ini dengan melakukan perluasan dari model deterministik. Model problema transportasi dan logistik dalam rantai suplai mengasumsikan bahwa karakteristik

operasional dan desain parameter untuk rantai suplai adalah deterministik, sedangkan parameter-parameter kritis seperti permintaan, harga dan kapasitas sumber daya adalah tidak pasti. Metodologi ini menghasilkan suatu kerangka kerja yang efisien untuk

mengidentifikasi dan pengujian statistic d bermacam-macam desain solusi. Penelitian ini menghasilkan suatu model umum untuk problema transportasi dan logistik yang dapat dikembangkan pada permasalahan-permasalahan model transportasi lain yang dapat dianalisis dengan sistem jaringan.

#### DAFTAR PUSTAKA

- Birge, J.R., and Louveaux, F. 1997, *Introduction To Stochastic Programming*, Spinger Verlag, New Yorks.
- Cheung, R. K.-M., and Powell, W. B. 1996, Models and Algorithms for Distribution Problems with Uncertain Demands. *Location Science*, Vol. 5, Number 1, May 1997, Elsevier, 69-69(1).
- Johnson, M. E., and Pyke, D. F. 1999, *Supply Chain Management*, The Tuck School of Business, Darmouth College, Hanover.
- Kall, P., and Wallace, S. 1994, *Stochastic Programming*, John Wiley and Sons, New York.
- Liu, C., Fan, Y., and Ordonez, F., 2009, A Two Stage Stochastic Programming Model for Transportation Network Protection, *Comput. and Oper. Res.* 36, 1582-1590.
- Powell, W. B., and Topaloglu, H. 2002, Stochastic Programming In Transportation and Logistic, *Handbook of Operation Research and Management Science* Volume 10, Elsevier Science, 555-626.
- Santoso, T., Ahmed, S., Goetschalckx, A., and Shapiro, A. 2005, A Stochastic Programming Approach For Supply Chain Network Design Under Uncertainty, *European J. of Oper. Res* 167, 96-115.