

INTERVAL PREDIKSI PENYEBARAN DEMAM BERDARAH *DENGUE* (DBD) DI KOTA MEDAN DENGAN KRIGING *BOOTSTRAPPING* PARAMETRIK DALAM SIMULASI DETERMINISTIK

Elmanani Simamora¹ Abil Mansyur²

¹ Dosen Jurusan Matematika FMIPA Unimed. Email : elman_gomed@yahoo.com

² Dosen Jurusan Matematika FMIPA Unimed. Email: abilmpanjaitan@gmail.com

ABSTRAK

Kriging klasik dalam simulasi deterministik adalah metode prediksi di lokasi yang tak teramati (*untried*) menggunakan interpolasi eksak dengan mempertimbangkan korelasi jarak antara data yang teramati. Penyebaran Demam Berdarah Dengue (DBD) di lokasi yang tak teramati berdasarkan lingkungan karena perpindahan orang yang terinfeksi virus *dengue* dari satu daerah ke daerah lain dipengaruhi oleh jarak dan dapat diprediksi menggunakan kriging klasik. Kajian perbandingan interval prediksi penyebaran DBD di Kota Medan dengan kriging klasik dan kriging *bootstrapping* parametrik dilakukan untuk melihat kebaikan kinerja. Kebaikan kinerja dilihat berdasarkan panjang interval terpendek yang dihasilkan. Interval prediksi penyebaran DBD di Kota Medan dengan *bootstrapping* parametrik normal baku lebih panjang dari interval prediksi kriging klasik dan interval prediksi kriging *bootstrapping* parametrik persentil. Sedangkan interval prediksi kriging *bootstrapping* parametrik persentil lebih pendek dari kedua interval lainnya. Interval prediksi penyebaran DBD di Kota Medan dengan kriging *bootstrapping* parametrik persentil memberikan kinerja yang lebih baik daripada interval prediksi kriging klasik dan interval prediksi kriging *bootstrapping* parametrik normal baku.

Kata kunci: *Kriging Klasik, Bootstrapping Parametrik, Simulasi Deterministik, Interval Prediksi.*

1. PENDAHULUAN

Dalam literatur klasik, kriging dalam model simulasi deterministik didefinisikan sebagai metode prediksi di lokasi yang tak teramati (*untried*) menggunakan interpolasi eksak dengan mempertimbangkan korelasi jarak antara data yang teramati (Sacks et.al, 1989). Hertog et.al (2006) mengatakan rumusan variansi kriging

klasik *underestimate* terhadap variansi kriging dalam ekspektasi. *Underestimate* terjadi karena kriging klasik mengabaikan kerandoman estimator kemungkinan maksimum parameter model kriging (Kleijnen dan Mehdad, 2013). Hertog et.al (2006) menunjukkan rumusan variansi kriging dalam literatur adalah

salah karena mengabaikan fakta parameter korelasi diestimasi. Kemudian, Hertog et.al (2006) mengusulkan *bootstrapping* parametrik sebagai koreksi dari variansi kriging klasik. Simulasi Hertog et.al (2006) menunjukkan plot variansi kriging *bootstrapping* parameterik adalah *bumpy* dikarenakan perhitungan variansi kriging *bootstrapping* parameterik dilakukan secara terpisah. Kelemahan yang lain pada simulasi Hertog et.al (2006) adalah signifikan jauh dari variansi kriging klasik.

Song et.al (2013) mengatakan untuk ukuran sampel kecil mengakibatkan estimator kemungkinan maksimum menjadi tidak akurat. Dalam situasi ini, memasukkan estimasi parameter model kedalam kriging memberikan hasil prediksi yang menyesatkan dan flat. Mehdad and Kleijnen (2014) mengungkapkan prediksi kriging klasik adalah bias. Kleijnen dan Mehdad (2013) menggunakan metode bootstrap parametrik untuk pembangkit ketaktentuan dari data *output* (respon) teramati dalam *conditional simulation*. Tujuan pembangkit ketaktentuan dari data

output (respon) teramati agar kriging mempertimbangkan kerandoman kesalahan prediksi dalam simulasi deterministik. Proses memasukkan kerandoman kesalahan prediksi ke dalam kriging membuat prediktor kriging menjadi random dan memberikan variansi kriging yang tidak *underestimate*. Kleijnen dan Mehdad (2013) juga mengatakan metode bootstrap dapat digunakan untuk pembangkit ketaktentuan dari data *output* (respon) teramati karena dua hal yaitu: (1) ukuran sampel dalam simulasi deterministik menggunakan ukuran sampel yang relatif kecil dan (2) prediksi kriging dalam simulasi deterministik (*simulation optimization*) menjadi prediktor yang tak linier.

Simamora et.al (2014) mengusulkan prosedur baru untuk membangkitkan ketaktentuan *output* dilokasi data teramati menggunakan *bootstrapping* semiparametrik dalam simulasi deterministik. Prosedur *bootstrapping* semiparametrik bekerja dalam pembangkitan sampel bootstrap tanpa mengasumsikan distribusi. Diskusi *bootstrapping* semiparametrik secara umum merujuk Solow (1985), Schelin dan

Luna (2010), Iranpanah et.al (2011).

Simamora et.al. (2015b) menyelidiki sifat asimtotik kedua estimator variansi kriging klasik dan generik. Hasil simulasi untuk lokasi data I/O (*Input/Output*) teramati yang bertambah memberikan tiga sifat yaitu: (i) nilai estimasi generik dari variansi kriging bootstrapping semiparametrik selalu lebih besar dari variansi kriging klasik, (ii) penurunan nilai estimasi dari kedua estimator itu cenderung ke-nol, (iii) bilangan kondisional dari matriks korelasi bertambah sehingga memungkinkan matriks dalam kondisi-ill. Berdasarkan hasil simulasi dan tanpa memperhatikan aspek komputasi, mereka membuktikan secara analitik bahwa sifat asimtotik dari variansi kriging bootstrapping semiparametrik adalah konsisten.

Tulisan ini merupakan pengembangan dari Hertog et.al (2006) dengan menggunakan data riil. Data riil meliputi data *input* yang diperoleh dari Balai Besar Wilayah I

2. Model Kriging

Dalam model simulasi deterministik, kriging mengasumsikan *output* $y(\mathbf{x}) \in \mathbb{R}^1$ sebagai realisasi proses

Medan Badan Meteorologi Klimatologi dan Geofisika yang telah dikonversikan kedalam besaran *Longitude* (X) dan *Latitude* (Y). Data *output* jumlah kasus Demam Berdarah *Dengue* (DBD) tahun 2015 untuk 18 Kecamatan Kota Medan yang diperoleh dari Dinas Kesehatan Kesehatan Kota Medan. Selain itu, Hertog et.al (2006) membahas tentang estimasi variansi kriging *bootstrapping* parametrik dengan data berdasarkan rancangan percobaan komputer. Sedangkan dalam tulisan ini mengkaji perbandingan antara interval prediksi kriging klasik, interval prediksi kriging *bootstrapping* parametrik normal baku dan interval prediksi kriging *bootstrapping* parametrik persentil dengan data riil.

Sisa bagian lain dari tulisan ini meliputi teori model kriging klasik termasuk penurunan rumusan variansi kriging, algoritma interval prediksi kriging klasik, algoritma interval prediksi kriging *bootstrapping* parametrik, hasil simulasi dan kesimpulan.

stokastik $Y(\mathbf{x})$. Proses stokastik $Y(\mathbf{x})$ dinyatakan sebagai hasil penjumlahan bagian model regresi linier dengan

bagian random. Pemilihan model regresi linier berdasarkan polinomial berorder 0, 1 dan 2, sedangkan bagian random merupakan residual. Misalkan $\mathbf{g}(\mathbf{x}) = [g_0(\mathbf{x}), \dots, g_p(\mathbf{x})]^T$ menyatakan vektor fungsi yang dipilih oleh peneliti berukuran $(p+1) \times 1$ dan $\boldsymbol{\beta} = [\beta_0, \dots, \beta_p]^T$ sebagai vektor parameter model regresi berukuran $(p+1) \times 1$ maka model simulasi deterministik dapat dinyatakan

$$Y(\mathbf{x}) = \mathbf{g}^T(\mathbf{x})\boldsymbol{\beta} + Z(\mathbf{x}), \quad (2.1)$$

dimana $\mathbf{x} \in \square^d$ menyatakan titik *input* berdimensi d , untuk selanjutnya titik *input* cukup disebutkan *input*.

Proses stokastik $Z(\mathbf{x})$ diasumsikan mempunyai $E[Z(\mathbf{x})] = 0$, dan variansi proses $E[Z(\mathbf{x})Z(\mathbf{x})] = \sigma^2$. Kovariansi \mathbf{x} dan \mathbf{t} , dua *input* yang berbeda, dinotasikan $C(\boldsymbol{\theta}, \mathbf{x}, \mathbf{t}) = \sigma^2 R(\boldsymbol{\theta}, \mathbf{x}, \mathbf{t})$ dengan $R(\boldsymbol{\theta}, \mathbf{x}, \mathbf{t})$ menyatakan korelasi \mathbf{x} dan \mathbf{t} , sedangkan $\boldsymbol{\theta} \in \square^d$ merupakan vektor parameter korelasi, disingkat

$$\mathbf{R}_{n \times n} = \begin{bmatrix} R(\boldsymbol{\theta}, \mathbf{x}_1, \mathbf{x}_1) & \cdots & R(\boldsymbol{\theta}, \mathbf{x}_1, \mathbf{x}_n) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ R(\boldsymbol{\theta}, \mathbf{x}_n, \mathbf{x}_1) & \cdots & R(\boldsymbol{\theta}, \mathbf{x}_n, \mathbf{x}_n) \end{bmatrix}. \quad (2.4)$$

Misalkan \mathbf{x}_0 sebuah titik *untried*, vektor korelasi setiap $Z(\mathbf{x}_i)$ di \mathbf{X} dengan $Z(\mathbf{x}_0)$ dinyatakan

parameter korelasi. Pemilihan pemodelan fungsi korelasi pada paper ini adalah Gaussian, sebagaimana banyak digunakan para peneliti,

$$R(\boldsymbol{\theta}, \mathbf{x}, \mathbf{t}) = \prod_{i=1}^d \exp\left[-\theta_i |x_i - t_i|^2\right], \quad (2.2)$$

dimana $\boldsymbol{\theta} = [\theta_1, \dots, \theta_d]$.

Perluasaan n lokasi berdasarkan rancangan percobaan memberikan matriks $\mathbf{X} = [\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_n]^T$ sebagai data *input* observasi dan $\mathbf{y}_\mathbf{x} = [y(\mathbf{x}_1), \dots, y(\mathbf{x}_n)]^T$ sebagai data *output* observasi yang merupakan realisasi vektor stokastik $Y_\mathbf{x} = [Y(\mathbf{x}_1), \dots, Y(\mathbf{x}_n)]^T$. Rancangan matriks fungsi \mathbf{G} mempunyai perluasaan $n \times (p+1)$ berisikan setiap $G_{ij} = g_j(x_i)$ untuk $i = 1, \dots, n$ dan $j = 0, \dots, p$,

$$\mathbf{G}_{n \times (p+1)} = \begin{bmatrix} \mathbf{g}^T(\mathbf{x}_1) \\ \vdots \\ \mathbf{g}^T(\mathbf{x}_n) \end{bmatrix}. \quad (2.3)$$

Matriks korelasi diantara masing-masing $Z(x)$ pada rancangan lokasi dituliskan,

$$\mathbf{r}(\mathbf{x}_0) = [R(\boldsymbol{\theta}, \mathbf{x}_1, \mathbf{x}_0), \dots, R(\boldsymbol{\theta}, \mathbf{x}_n, \mathbf{x}_0)]^T. \quad (2.5)$$

Prediksi kriging di \mathbf{x}_0 dinyatakan

$$\hat{y}(\mathbf{x}_0) = \boldsymbol{\zeta}^T \mathbf{y}_X, \quad (2.6)$$

dimana $\boldsymbol{\zeta} = [\zeta_1, \dots, \zeta_n]^T$ merupakan vektor bobot dan $\mathbf{Z} = [Z(\mathbf{x}_1), \dots, Z(\mathbf{x}_n)]^T$ sebagai vektor error di n lokasi rancangan. Kriging dikatakan BLUP (*Best Linear Unbiased Predictor*) bila meminimalkan Mean Squared Error Prediction (MSPE),

$$\min_{\boldsymbol{\zeta}} E[(\hat{y}(\mathbf{x}_0) - y(\mathbf{x}_0))^2]$$

$$\min_{\boldsymbol{\zeta}} \left[\sigma^2 \left(1 + \boldsymbol{\zeta}^T \mathbf{R} \boldsymbol{\zeta} - 2 \boldsymbol{\zeta}^T \mathbf{r}(\mathbf{x}_0) \right) \right] \quad (2.7)$$

dibawah kondisi konstrain kesamaan tunggal

$$E[\hat{y}(\mathbf{x}_0) - y(\mathbf{x}_0)] = 0$$

$$\mathbf{G}^T \boldsymbol{\zeta} - \mathbf{g}(\mathbf{x}_0) = 0. \quad (2.8)$$

Untuk problem optimisasi (2.7) dengan kendala kesamaan tunggal (2.8) tidak dilakukan proses penurunannya tetapi diringkas dari Simamora et.al [4] yang memberikan prediksi kriging di \mathbf{x}_0

$$\hat{y}_{plug-in}(\mathbf{x}_0) = \mathbf{g}^T(\mathbf{x}_0) \hat{\boldsymbol{\beta}} + \hat{\mathbf{r}}(\mathbf{x}_0)^T \hat{\mathbf{R}}^{-1} (\mathbf{y}_X - \mathbf{G} \hat{\boldsymbol{\beta}}), \quad (2.9)$$

sedangkan *plug-in* estimasi parameter model kriging kedalam (2.9) memberikan

$$MSPE_{plug-in}(\hat{y}(\mathbf{x}_0)) = \hat{\sigma}^2 \left(1 + \hat{\mathbf{A}}^T (\mathbf{G}^T \hat{\mathbf{R}}^{-1} \mathbf{G})^{-1} \hat{\mathbf{A}} - \hat{\mathbf{r}}^T(\mathbf{x}_0) \hat{\mathbf{R}}^{-1} \hat{\mathbf{r}}(\mathbf{x}_0) \right), \quad (2.10)$$

disebutkan sebagai variansi kriging *plug-in*.

3. Algoritma Interval prediksi Kriging Klasik

Cressie (1993) mengatakan prediksi kriging didefinisikan sebagai metode prediksi linier spasial optimal yang menghasilkan prediksi dengan minimum rata-rata kesalahan prediksi kuadrat. Penerapan kriging dalam model simulasi deterministik memberikan interpolasi eksak yang mengabaikan kerandomaan kesalahan pada data observasi sehingga estimasi variansi kriging klasik *underestimate* terhadap variansi kriging BLUP.

Hertog dkk. (2006) dan Simamora dkk. (2015b) telah menunjukkan dengan cara yang berbeda.

Prediksi kriging dalam model simulasi deterministik mengasumsikan data I/O observasi berdistribusi Gaussian dengan pemilihan fungsi korelasi Gaussian. Prediksi kriging dan variansi kriging EBLUP disebutkan sebagai prediksi kriging dan variansi kriging klasik. Dengan menggunakan prosedur

prediksi kriging dan variansi kriging klasik yang telah diturunkan dalam bagian 2, penelitian menurunkan algoritma interval prediksi kriging klasik. Adapun algoritma interval

prediksi kriging klasik sebagai berikut: Mengestimasi distribusi empiris $Y(\mathbf{x})$ menggunakan data I/O observasi. Pada langkah ini memberikan estimasi $\hat{\boldsymbol{\theta}}$, $\hat{\boldsymbol{\beta}}$ dan $\hat{\sigma}$.

1. Menggunakan hasil pada langkah 1 ditentukan prediksi kriging klasik menggunakan (2.9) sehingga diperoleh

$$\hat{y}_{EBLUP}(\mathbf{x}_0) = \hat{y}_{plug-in}(\mathbf{x}_0) = \mathbf{g}^T(\mathbf{x}_0)\hat{\boldsymbol{\beta}} + \hat{\mathbf{r}}^T(\mathbf{x}_0)^T \hat{\mathbf{R}}^{-1}(\mathbf{y}_X - \mathbf{G}\hat{\boldsymbol{\beta}}).$$

2. Dengan cara yang sama memasukkan $\hat{\boldsymbol{\theta}}$, $\hat{\boldsymbol{\beta}}$ dan $\hat{\sigma}$ ke $MSPE_{BLUP}(\hat{y}(\mathbf{x}_0))$ pada (3.21) sehingga diperoleh Variansi kriging klasik

$$MSPE_{EBLUP}(\hat{y}(\mathbf{x}_0)) = m_{plug-in} = \hat{\sigma}^2 \left(1 + \hat{\mathbf{A}}^T (\mathbf{G}^T \hat{\mathbf{R}}^{-1} \mathbf{G})^{-1} \hat{\mathbf{A}} - \hat{\mathbf{r}}^T(\mathbf{x}_0) \hat{\mathbf{R}}^{-1} \hat{\mathbf{r}}(\mathbf{x}_0) \right).$$

3. Menentukan interval prediksi kriging klasik dengan menggunakan (3.35),

$$P\left(y(\mathbf{x}_0) \in \left[\hat{y}_{plug-in}(\mathbf{x}_0) - z_{(1-\alpha/2)} \sqrt{m_{plug-in}}, \hat{y}_{plug-in}(\mathbf{x}_0) + z_{(1-\alpha/2)} \sqrt{m_{plug-in}} \right] \right) = 1 - \alpha,$$

4. Algoritma Interval Prediksi Kriging *Bootstrapping* Parametrik.

Dalam kerangka simulasi Geostatistik, Wang dan Wall (2003) menggunakan *bootstrapping* parametrik untuk mengoreksi variansi kriging *plug-in* yang kemudian dinamakan estimator generik variansi kriging. Wang dan Wall (2003) menyajikan dua metode yang memiliki perspektif yang berbeda dari sumber ketaktentuan dan mengaplikasikan dalam kehidupan nyata (*input* berdimensi dua). Metode

pertama memperhatikan variabilitas MSPE karena ketaktentuan estimasi parameter korelasi dan metode kedua menggunakan bootstrap parametrik langsung. Wang dan Wall (2003) menggunakan estimator itu untuk mempelajari probabilitas cakupan dari interval kepercayaan yang dihasilkan.

Hertog dkk. (2006) menggunakan modifikasi metode kedua dari Wang dan Wall (2003)

dalam kajian *design and analysis of computer experiment (DACE)* dengan data input berdimensi lebih tinggi yang berukuran sampel kecil. Hertog dkk. (2006) menyajikan tiga algoritma. Tiga algoritma ini dirancang untuk penggunaan yang berbeda dalam prakteknya. Perbedaan yang utama dari algoritma ini bagaimana estimator generik variansi kriging dibangkitkan dan dimana dibuat.

Berikut ini dijelaskan secara ringkas bagaimana prosedur *bootstrapping* parametrik pada Hertog dkk. (2006).

Mengestimasi distribusi empiris $Y(\mathbf{x})$ dari data I/O observasi untuk

$$\mathbf{y}^* \sim N_{n+m}(\mathbf{G}_{(n+m) \times (p+1)} \hat{\boldsymbol{\beta}}_{(p+1) \times 1}, \hat{\sigma}^2 \hat{\mathbf{R}}_{(n+m) \times (n+m)}), \quad (4.1)$$

dengan

$$\mathbf{G}_{(n+m) \times (p+1)} = \begin{bmatrix} \mathbf{g}_{1 \times (p+1)}^T(\mathbf{x}_1) \\ \vdots \\ \mathbf{g}_{1 \times (p+1)}^T(\mathbf{x}_n) \\ \mathbf{g}_{1 \times (p+1)}^T(\mathbf{x}_1^t) \\ \vdots \\ \mathbf{g}_{1 \times (p+1)}^T(\mathbf{x}_m^t) \end{bmatrix}$$

merupakan perluasan dari (2.3).

Matriks $\hat{\mathbf{R}}_{(n+m) \times (n+m)}$ merupakan

$$\hat{\mathbf{R}}_{(n+m) \times (n+m)} = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{R}}_{n \times n} & \hat{\mathbf{r}}_{n \times m} \\ \hat{\mathbf{r}}_{m \times n}^T & \hat{\mathbf{R}}_{m \times m} \end{bmatrix},$$

mendapatkan estimasi $\hat{\boldsymbol{\theta}}$, $\hat{\boldsymbol{\beta}}$ dan $\hat{\sigma}$.

Misalkan $\mathbf{X} = [\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_n]^T$ sebagai data *input* yang merupakan perluasan n lokasi berdasarkan rancangan percobaan komputer. Suatu data *untried* yang terbatas ditentukan, misalkan

$\mathbf{X}_m = [\mathbf{x}_1^t, \dots, \mathbf{x}_m^t]^T$, sebagai titik-titik

uji tetap, dimana notasi x_i^t

menyatakan satu titik *input* uji tetap.

Estimasi nilai dari MSPE di \mathbf{X}_m akan dilakukan. Prosedur selanjutnya

mengambil sampel random dari distribusi Gaussian multivariat,

dimana $\hat{\mathbf{r}}_{n \times m}$ adalah perluasan $\hat{r}(\mathbf{x}_i^t)$

dan $\hat{\mathbf{R}}_{m \times m}$ adalah matriks korelasi antara m titik-titik *untried*.

Berdasarkan uraian diatas dibuat algoritma interval prediksi kriging *bootstrapping* parametrik sebagai berikut.

1. Mengestimasi distribusi empiris $Y(\mathbf{x})$ dari data I/O observasi. Pada langkah ini memberikan estimasi $\hat{\boldsymbol{\theta}}, \hat{\boldsymbol{\beta}}$ dan $\hat{\sigma}$.
2. Mengambil sampel acak \mathbf{y}^* berdasarkan (4.1), dimana \mathbf{y}^* terdiri dari dua bagian yaitu $\mathbf{y}_{\mathbf{x}}^* = [y^*(\mathbf{x}_1), \dots, y^*(\mathbf{x}_n)]^T$ dan $\mathbf{y}_{\mathbf{x}_m}^* = [y^*(\mathbf{x}_1^t), \dots, y^*(\mathbf{x}_m^t)]^T$.
3. Menentukan estimator sampel bootstrap (replikasi bootstrap) untuk parameter model kriging, $\hat{\boldsymbol{\beta}}^*, \hat{\sigma}^*, \hat{\boldsymbol{\theta}}^*$, berdasarkan $\mathbf{y}_{\mathbf{x}}^*$. Proses ini merupakan proses mencocokkan

model kriging berdasarkan sampel bootstrap.

4. Menghitung prediksi kriging di \mathbf{X}_m berdasarkan langkah 3 untuk mendapatkan

$$\hat{\mathbf{y}}_{\mathbf{x}_m}^* = [\hat{y}^*(\mathbf{x}_1^t), \dots, \hat{y}^*(\mathbf{x}_m^t)]^T.$$

5. Menghitung estimator sampel bootstrap (replikasi bootstrap) untuk kesalahan prediksi kuadrat di setiap *input* pada \mathbf{X}_m , misalkan

$$\text{SPE}_b(\hat{y}^*(\mathbf{x}_i^t)) = (\hat{y}^*(\mathbf{x}_i^t) - y^*(\mathbf{x}_i^t))^2,$$

untuk setiap \mathbf{x}_i^t pada \mathbf{X}_m .

6. Mengulangi langkah 2-5 sebanyak B untuk mendapatkan

$$\text{SPE}_1(\hat{y}^*(\mathbf{x}_i^t)), \dots, \text{SPE}_B(\hat{y}^*(\mathbf{x}_i^t)).$$

7. Menghitung estimator bootstrap untuk $\text{MSPE}(y(\mathbf{x}_0))$ dengan rata-rata replikasi bootstrap kesalahan prediksi kuadrat,

$$\text{MSEP}_B(\hat{y}^*(\mathbf{x}_i^t)) = \frac{\sum_{b=1}^B \text{SPE}_b(\hat{y}^*(\mathbf{x}_i^t))}{B} = \frac{1}{B} \sum_{b=1}^B (\hat{y}_b^*(\mathbf{x}_i^t) - y_b^*(\mathbf{x}_i^t))^2.$$

(4.2)

untuk setiap \mathbf{x}_i pada \mathbf{X}_m .

8. Menentukan interval prediksi kriging *bootstrapping* parametrik normal baku menggunakan

$$P \left(y(x_0) \in \left[\hat{y}_{plug-in}(x_i^t) - z_{(1-\alpha/2)} \sqrt{MSEP_B(\hat{y}^*(x_i^t))}, \hat{y}_{plug-in}(x_i^t) + z_{(1-\alpha/2)} \sqrt{MSEP_B(\hat{y}^*(x_i^t))} \right] \right) = 1 - \alpha.$$

9. Menentukan interval prediksi kriging *bootstrapping* parametrik persentil menggunakan

$$\hat{y}^*(x_i^t)_{\alpha/2}^B \leq y(x_0) \leq \hat{y}^*(x_i^t)_{1-\alpha/2}^B.$$

4. Hasil Simulasi

Paper ini menggunakan model regresi linier berdasarkan polinomial berorder 0 (*ordinary kriging*) dan fungsi korelasi Gaussian. Sumber data I/O observasi diperoleh **Balai Besar Wilayah I Medan Badan Meteorologi Klimatologi dan Geofisika dan Dinas Kesehatan Kota Medan.** Tabel 4.1 data *input* koordinat

21 Kecamatan di Kota Medan dari **Balai Besar Wilayah I Medan Badan Meteorologi Klimatologi dan Geofisika** dan data *output* jumlah kasus DBD 18 Kecamatan di Kota Medan untuk Januari-Desember 2015 diperoleh dari **Dinas Kesehatan Kota Medan.**

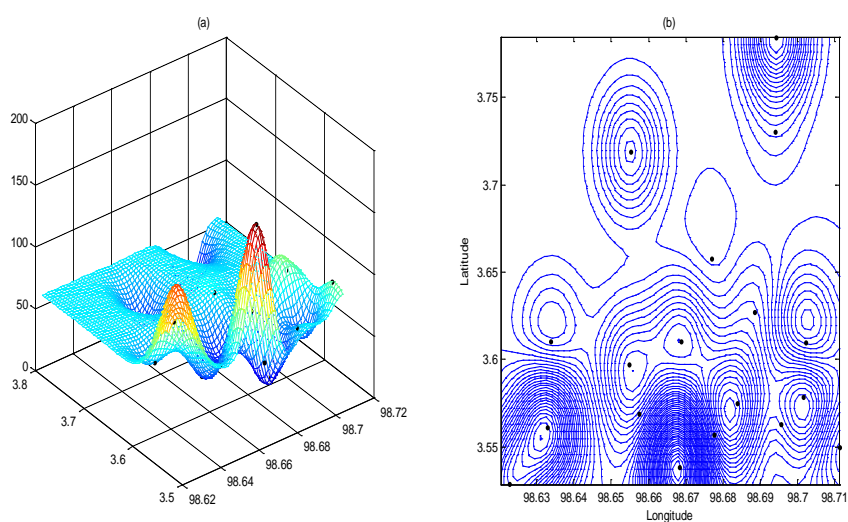
Tabel 4.1 Data I/O observasi 18 kecamatan dan 3 kecamatan sebagai daerah interest (raster merah) Januari -Desember 2015

No	Kota	Koordinat		Jumlah Kasus DBD Jan-Des 2015
		X (Longitude)	Y (Latitude)	
1	Medan Tuntungan	98.622679	3.528713	121
2	Medan Johor	98.668310	3.538130	165
3	Medan Amplas	98.711226	3.550039	85
4	Medan Denai	98.720945	3.576904	
5	Medan Area	98.701598	3.578562	41
6	Medan Kota	98.695674	3.562805	54
7	Medan Maimun	98.683718	3.575067	19
8	Medan Polonia	98.677655	3.557008	41

9	Medan Baru	98.657465	3.569022	49
10	Medan Selayang	98.632835	3.560957	134
11	Medan Sunggal	98.622567	3.576988	
12	Medan Helvetia	98.633798	3.610620	55
13	Medan Petisah	98.654812	3.597142	34
14	Medan Barat	98.668734	3.610435	33
15	Medan Timur	98.688461	3.627113	53
16	Medan Perjuangan	98.690452	3.609053	
17	Medan Tembung	98.702216	3.609627	82
18	Medan Deli	98.676970	3.657926	67
19	Medan Labuhan	98.693924	3.730185	56
20	Medan Marelan	98.655135	3.718972	38
21	Medan Belawan	98.694282	3.784600	12

Kriging klasik menyajikan plot dan kontur berdasarkan data I/O observasi 18 kecamatan di Kota Medan untuk Januari-Desember 2015. Gambar 4.1 menunjukkan hasil plot dan kontur

dengan menggunakan pendekatan kriging klasik sebagai interpolasi eksak tanpa ada kesalahan di data I/O observasi.

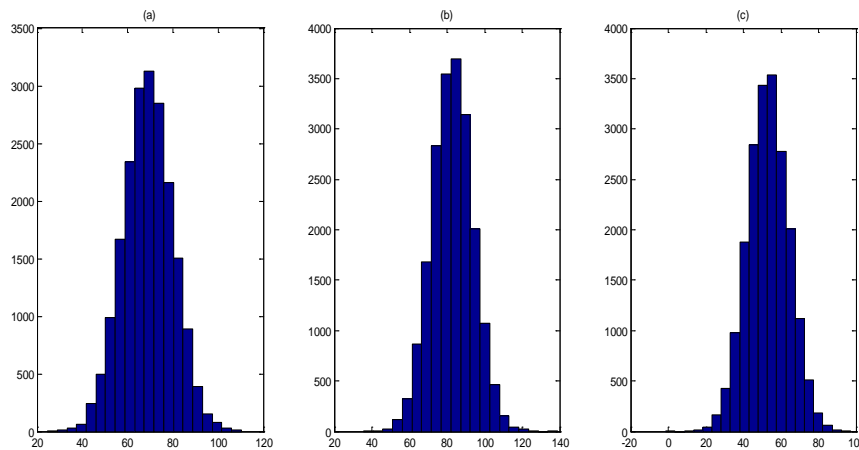


Gambar 4.1 Plot dan kontur data I/O observasi 18 kecamatan di Kota Medan (a) dan (b) tahun 2015.

Variansi kriging klasik memberikan estimasi *underestimate* terhadap variansi kriging BLUEP yang telah ditunjukkan oleh Hertog dkk. (2006) dan Simamora dkk. (2015b). Koreksi Variansi kriging klasik dilakukan dengan cara membangkitkan kerandoman kesalahan di data I/O observasi dengan menggunakan metode bootstrap. Hertog dkk. (2006) menggunakan *bootstrapping* parametrik sedangkan Simamora dkk.

(2015b) menggunakan *bootstrapping* semiparametrik. Karena Variansi kriging klasik memberikan estimasi *underestimate* terhadap variansi kriging BLUP maka prediksi kriging menjadi bias.

Koreksi prediksi kriging klasik dilakukan dengan *bootstrapping* parametrik. Gambar 4.2 merupakan hasil histogram prediksi kriging *bootstrapping* parametrik dari tiga daerah interes untuk tahun 2015.



Gambar 4.2 Histogram prediksi kriging *bootstrapping* parametrik dengan sampel bootstrap $B=20.000$ untuk tiga daerah interes tahun 2015 (a) Kecamatan Medan Denai (b) Kecamatan Medan Sunggal (c) Kecamatan Medan Perjuangan.

Tabel 4.1 menyajikan hasil proses perhitungan dalam koding Matlab untuk interval prediksi kriging klasik

dan *bootstrapping* parametrik dari tiga daerah interes untuk tahun 2015.

Tabel 4.1 Interval prediksi 3 kecamatan sebagai daerah interes tahun 2015

Kecamatan	Kriging Klasik	Kriging Bootstrapping Parametrik	
		Normal Baku	Persentil
Medan Denai	[-10,2344655; 148,500349]	[-10,54792; 148,81381]	[47,7203552; 90,0838678]
Medan Sunggal	[5,659669735; 160,5030708]	[4,5280234; 161,63471]	[61,7487276; 104,251862]
Medan Perjuangan	[1,266194194; 104,8581002]	[-22,54116; 128,66546]	[32,0174987; 74,6678563]

Tabel 4.2 merupakan panjang interval prediksi kriging klasik, *bootstrapping* parametrik dan *bootstrapping* semiparametrik dari tiga daerah interes untuk tahun 2015.

Tabel 5.7 Panjang interval prediksi 3 kecamatan sebagai daerah interes tahun 2015

Kecamatan	Kriging Klasik	Kriging Bootstrapping Parametrik	
		Normal Baku	Persentil
Medan Denai	158,7348	159,3617	42,3635
Medan Sunggal	154,8434	157,1067	42,5031
Medan Perjuangan	103,5919	151,2066	42,6504

5. Hasil Simulasi

Berdasarkan Tabel 4.2 menunjukkan bahwa panjang interval prediksi kriging *bootstrapping* parametrik normal baku lebih panjang dari interval prediksi kriging klasik dan interval prediksi kriging *bootstrapping* parametrik persentil. Panjang interval prediksi kriging *bootstrapping* parametrik persentil lebih pendek dari interval prediksi kriging klasik dan interval prediksi kriging *bootstrapping*

parametrik normal baku. Verifikasi hal ini menunjukkan bahwa interval prediksi kriging *bootstrapping* parametrik persentil lebih baik dari hasil interval prediksi kriging klasik dan interval prediksi kriging *bootstrapping* parametrik normal baku. Kajian lanjut dapat dilakukan dengan perbandingan panjang interval prediksi *bootstrapping* parametrik dengan *bootstrapping* semiparametrik.

DAFTAR PUSTAKA

- [1] Hertog, D., Kleijnen, J. P., and Siem, A. Y. D., The Correct Kriging Variance Estimated by Bootstrapping, *Journal of the Operational Research Society*, 2006, 57(4), 400-409.
- [2] Simamora, E., Subanar and Kartiko, S., The Procedure of Kriging Variance Estimation Based on Semiparametric Bootstrapping in Deterministic Simulation. *Int. J. App. Math. Stat.*, 2014, 52(7), 99-110.
- [3] Simamora, E., Subanar and Kartiko, S., Asymptotic Property of Semiparametric Bootstrapping Kriging Variance in Deterministic Simulation, *Applied Mathematical Sciences*, 2015, 9(50), 2477–2491.
- [4] Simamora, E., Subanar and Kartiko, S., A Comparison Study of Parametric and Semiparametric Bootstrapping in Deterministic Simulation, *Int. J. Appl. Math. Stat*, 53(5), 2015, 172–181.
- [5] Song, H., Choi, K. K. and Lamb, D., A Study on Improving the Accuracy of Kriging Models by Using Correlation Model/Mean Structure Selection and Penalized Log-likelihood Function. In *10th World Congress on Structural and Multidisciplinary Optimization*. Florida, Orlando, 2013.
- [6] Solow, A. R., Bootstrapping Correlated Data. *Mathematical Geology*, 1985, 17(7), 769–775.
- [7] Cressie, N., *Statistics for Spatial Data*. Wiley-Interscience, New York, 1993.
- [8] Tang, L., Schucany, W., Woodward, W., and Gunst, R., A parametric Spatial Bootstrap, Technical Report SMU–TR-337, Southern Methodist University, Dallas, Texas, 2006.
- [9] Wang, F. And Wall, M. W., Incorporating Parameter Uncertainty into Prediction Intervals for Spatial Data Modeled via a Parametric Variogram, *Journal of Agric, Bio, and Environmental Statistic*, 2003, 8(3), 296–309.
- [10] Luna, S and Young, A., The bootstrap and Kriging Prediction Intervals, *Scandinavian J. Stat*, 2003, 30, 175–192.
- [11] Schelin, L. And Luna, S., Kriging Prediction Intervals Based on Semiparametric Bootstrap, *Mathematical Geosciences*, 2010, 42(8), 985–1000.
- [12] Kleijnen, J. P. and Mehdad, E., Conditional Simulation for Efficient Global Optimization, In *Winter Simulation Conference*, 2013, 969-979.
- [13] Kleijnen, J. P. C., Simulation Optimization via Kriging and Bootstrapping: A Survey, *Journal of Simulation*, 2014, 8(4), 241-250.
- [14] Efron, B. and Tibshirani, RJ., *An Introduction to the Bootstrap*, Chapman & Hall, New York, 1993.
- [15] Iranpanah, N., Mansourian, A., Tashayo, B. and Haghghi, F., Spatial Semiparametric Bootstrap Method for Analysis of Kriging Predictor of Random Field, *Procedia Environmental Sciences*, 2011, 3, 81-86.