

INTEGER PROGRAMMING DENGAN METODE BRANCH AND BOUND DALAM OPTIMASI JUMLAH PRODUKSI SETIAP JENIS ROTI PADA PT. ARMA ANUGERAH ABADI

Sari Devi Purba¹, Faiz Ahyaningsih²

^{1,2}Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Negeri Medan
email: saridevipurba17@gmail.com

ABSTRAK

Integer Programming adalah sebuah model matematis yang memungkinkan hasil penyelesaian kasus pada pemrograman linier yang berupa bilangan bulat. Salah satu metode untuk menyelesaikan persoalan Integer Programming adalah Metode Branch and bound. Tujuan dari penulisan ini adalah untuk menentukan jumlah masing-masing jenis roti yang akan diproduksi oleh PT. Arma Anugerah Abadi. Adapun jenis roti yang menjadi variabel keputusan dalam penulisan ini ialah roti cokelat, roti cokelat keju, roti kelapa, roti kacang merah, dan roti srikaya. Dari hasil perhitungan menggunakan metode Branch and bound dalam menyelesaikan permasalahan produksi harian roti dengan fungsi tujuan $Z = 700000x_1 + 750000x_2 + 600000x_3 + 650000x_4 + 650000x_5$ diperoleh jumlah produksi harian roti masing-masing 200 roti cokelat, 850 roti cokelat keju, 250 roti kelapa, 500 roti kacang merah, serta 600 roti srikaya sehingga dapat diperoleh pendapatan maksimal sebesar Rp 32.850.000 per hari.

Kata kunci: linear programming, integer programming, Branch and bound

ABSTRACT

Integer Programming is a mathematical model that allows case resolution results in linear programming in the form of integers. One method to solve Integer Programming problem is Branch and bound Method. The purpose of this paper is to determine the amount of each type of bread to be produced by PT. Arma Anugerah Abadi. The types of bread that became the decision variables in this writing are brown bread, brown bread cheese, coconut bread, red bean bread, and srikaya bread. From the calculation result using Branch and bound method in solving daily bread production problems with the purpose function $Z = 700000x_1 + 750000x_2 + 600000x_3 + 650000x_4 + 650000x_5$ obtained daily

production amount of bread each 200 brown bread, 850 brown cheese bread, 250 coconut bread, 500 red bean bread, and 600 srikaya bread so that maximum income can be obtained Rp 32.850.000 per day.

Keywords: *linear programming, integer programming, Branch and bound*

PENDAHULUAN

1. Latar Belakang Masalah

Persaingan pasar yang meningkat menuntut perusahaan menyusun strategi dengan baik agar mampu bertahan dan menjadi lebih unggul. Perusahaan harus membuat keputusan yang tepat dengan mempertimbangkan batasan-batasan yang ada sesuai dengan tujuan yang ingin dicapai.

Salah satu keputusan penting yang harus diambil oleh perusahaan adalah dalam hal produksi karena menyangkut optimal atau tidak optimalnya produk yang dihasilkan agar mencapai keuntungan.

Dalam produksi, bahan baku merupakan komponen yang sangat berpengaruh terhadap banyaknya produk yang akan diproduksi sehingga dalam hal ini pemanfaatan bahan baku yang tepat sangat diperlukan untuk memaksimalkan hasil produksi sehingga menghasilkan keuntungan yang maksimal pula. Oleh karena itu, setiap perusahaan harus mengetahui model yang menghubungkan antara masalah dengan alternatif pemecahan sesuai dengan tujuan yang hendak dicapai. Model yang dapat digunakan

untuk permasalahan tersebut adalah program linier (*linear programming*).

Dalam persoalan program linier solusi optimal yang diperoleh mungkin saja pecahan. Untuk beberapa situasi, solusi berbentuk pecahan dapat diterima. Tetapi dalam situasi tertentu solusi optimal haruslah bilangan bulat, misalnya jumlah orang dan jumlah barang. Solusi optimal yang berbentuk pecahan tidak praktis bahkan mungkin tidak berarti.

Menurut [1] persoalan program linier dimana solusi variabel keputusannya harus merupakan bilangan bulat disebut program integer. Program integer (*integer programming*) adalah program linier dengan penambahan batasan bahwa beberapa atau semua variabelnya harus bernilai bulat.

Bukan tugas mudah untuk membulatkan nilai-nilai pecahan variabel yang menjamin tetap memenuhi semua kendala dan tidak menyimpang cukup jauh dari solusi bulat yang tepat. Karena itu diperlukan prosedur yang sistematis untuk mendapatkan solusi optimal terhadap masalah itu. Ada beberapa metode dalam *integer programming*, namun menurut [2], metode *branch*

and bound telah menjadi standar untuk program integer, dan penerapan-penerapan dalam praktik tampaknya menyarankan bahwa metode ini lebih efisien dibanding metode lain.

Metode *branch and bound* efisien digunakan untuk permasalahan *integer programming* dalam mencari solusi optimal [3], [4]. Dan menurut penelitian yang telah dilakukan [5] dengan menggunakan metode *branch and bound* dalam pengoptimalan diperoleh hasil kapasitas pengalokasian produk yang optimal sehingga dengan penerapan metode *branch and bound* tersebut diperoleh juga keuntungan yang lebih besar.

Dalam hal ini, PT. Arma Anugerah Abadi merupakan salah satu perusahaan yang bergerak di bidang produksi makanan di Sumatera Utara. PT. Arma Anugerah Abadi ini memproduksi berbagai jenis roti serta selai. Mengingat PT. Arma Anugerah Abadi terus mengalami pertumbuhan, maka sistem produksinya perlu dioptimalkan guna diperolehnya pendapatan yang maksimal. Salah satu permasalahan yang dimiliki PT. Arma Anugerah Abadi dalam hal proses produksi adalah produk yang dihasilkan perusahaan diproduksi berdasarkan pengalaman orang-orang yang bekerja di bidang tersebut dan tidak diketahui apakah menggunakan metode yang tepat dalam

memanfaatkan bahan baku yang tersedia. Hal ini berakibat pada banyaknya produk yang dihasilkan belum tentu optimal.

TINJAUAN PUSTAKA

1. Optimasi

Optimasi merupakan suatu proses untuk mendapatkan hasil terbaik dari suatu permasalahan yang diarahkan pada titik maksimum atau minimum suatu fungsi tujuan dengan tidak melanggar batasan-batasan yang diberikan [6].

Menurut [7] persoalan optimasi merupakan suatu persoalan untuk membuat nilai suatu fungsi beberapa variabel menjadi maksimum atau minimum dengan memperhatikan pembatasan-pembatasan yang ada. Biasanya pembatasan-pembatasan tersebut meliputi tenaga kerja, uang, material yang merupakan input serta waktu dan ruang. Sedangkan, prinsip optimasi produksi adalah suatu upaya mengalokasikan faktor-faktor produksi yang terbatas dalam penggunaan yang seefisien mungkin sehingga diperoleh hasil yang maksimal.

2. Program linier

Program linier merupakan suatu model dari penelitian operasional (riset operasi) yang digunakan untuk memecahkan masalah optimasi. Kata sifat linier digunakan untuk menunjukkan

fungsi-fungsi matematik yang digunakan dalam bentuk linier, sedangkan program merupakan penggunaan teknik matematik tertentu. Jadi pengertian program linier adalah suatu teknik perencanaan yang bersifat analitis yang analisisnya menggunakan model matematis, dengan tujuan menemukan beberapa alternatif pemecahan optimum terhadap persoalan [8].

3. Metode simpleks

Metode simpleks ialah suatu metode yang secara sistimatis dimulai dari suatu pemecahan dasar yang fisibel ke pemecahan dasar yang fisibel lainnya dan ini dilakukan berulang-ulang (dengan jumlah ulangan yang terbatas) sehingga akhirnya tercapai sesuatu pemecahan dasar yang optimum dan pada setiap step menghasilkan suatu nilai dari fungsi tujuan yang selalu lebih besar atau sama dari step-step sebelumnya. Metode simpleks dikembangkan oleh George Dantzig pada tahun 1947, berbeda Linear Programing dengan metode grafik yang hanya dapat digunakan untuk menyelesaikan kasus dengan dua variabel keputusan, maka metode simpleks dapat digunakan untuk memecahkan kasus dengan banyak variable [7].

4. Integer Programming

Menurut [7] *integer programming* adalah persoalan program linier (*linear programming*) dimana pemecahan optimalnya harus

menghasilkan bilangan bulat(integer) jadi bukan pecahan. Dengan perkataan lain dari antara berbagai bilangan bulat, kita harus mencari nilai-nilai variabel fisibel dan membuat fungsi tujuan maksimum.

Integer programming merupakan suatu program linier dengan tambahan persyaratan bahwa semua atau beberapa variabel bernilai bulat nonnegatif, tetapi tampaknya cukup untuk mendapatkan solusi bulat dari masalah program linier, dengan menggunakan metode simpleks biasa dan kemudian membulatkan nilai-nilai pecah solusi optimum. Bukan tugas mudah untuk membulatkan nilai-nilai pecah variabel basis yang menjamin tetap memenuhi semua kendala dan tidak menyimpang cukup jauh dari solusi bulat yang tepat. Karena itu perlu prosedur yang sistematis untuk mendapatkan solusi bulat optimum terhadap masalah itu [2].

Model *Integer Programming*

Tiga jenis model program integer [9], yaitu sebagai berikut: (1) Program Integer Murni (*Pure Integer Programming*), yaitu program linier yang menghendaki semua variabel keputusan harus merupakan bilangan bulat non-negatif., (2) Program Integer Campuran (*Mixed Integer Programming*) yaitu program linier yang menghendaki beberapa, tetapi tidak semua variabel keputusan harus merupakan bilangan bulat non-negatif., (3) Program Integer Biner

(*Zero One Integer Programming*), yaitu program linier yang menghendaki semua variabel keputusan harus bernilai 0 atau 1.

5. Metode *Branch and bound* (Pencabangan dan Pembatasan)

Metode *Branch and bound* pertama kali diperkenalkan oleh A.H. Land dan A.G. Doig pada tahun 1960. Metode ini merupakan salah satu metode untuk menghasilkan penyelesaian optimal pemrograman linier yang menghasilkan variabel-variabel keputusan bilangan bulat. Sesuai dengan namanya, metode ini membatasi penyelesaian optimum yang akan menghasilkan bilangan pecahan dengan cara membuat cabang atas dan bawah bagi masing-masing variabel keputusan yang bernilai pecahan agar bernilai bulat sehingga setiap pembatasan akan menghasilkan cabang baru [6].

Metode ini telah menjadi standar untuk program integer, dan penerapan-penerapan dalam praktik tampaknya menyarankan bahwa metode ini lebih efisien dibanding metode lain [2].

Langkah-langkah metode *Branch and bound* [9] dalam menentukan solusi integer optimal untuk model maksimisasi adalah sebagai berikut: (a) Dapatkan solusi simpleks optimal dari model program linier dengan batasan integernya dilepaskan, (b) Tentukan solusi

simpleks sebagai batas atas sedangkan solusi hasil pembulatan ke bawah sebagai batas bawah, (c) Pilih variabel dengan bagian pecahan yang terbesar untuk pencabangan. Ciptakan dua batasan baru untuk variabel ini yang mencerminkan pembagian nilai integer. Hasilnya adalah sebuah batasan \leq dan sebuah batasan \geq . (d) Ciptakan dua node baru, satu dengan batasan \leq dan satu dengan batasan \geq , (e) Selesaikan model program linier dengan batasan baru yang ditambahkan pada tiap node, (f) Solusi simpleks awal merupakan batas atas pada setiap node sedangkan solusi integer maksimum yang ada pada node mana saja merupakan batas bawah, (g) Jika proses ini menghasilkan solusi integer fisibel dengan nilai batas atas terbesar pada akhir node yang mana saja, maka solusi integer optimal telah tercapai, (h) Jika tidak muncul suatu solusi integer fisibel, lakukanlah pencabangan lagi, dan (i) Ulangi langkah C

METODE PENELITIAN

Penelitian ini dilaksanakan di PT. Arma Anugerah Abadi, yang berlokasi di Jl. Panglima Denai No. 14, Medan, Sumatera Utara. Penelitian ini dilakukan dengan cara pengambilan data dari PT. Arma Anugerah Abadi yaitu jumlah dan persediaan bahan baku, harga jual dan biaya produksi dari 5 jenis roti (Cokelat, Cokelat Keju, Kelapa,

Kacang Merah, Srikaya). Adapun informasi pendukung yang digunakan untuk penelitian ini dikumpulkan dari buku, jurnal, maupun dokumen-dokumen lain yang berkaitan dengan topik pembahasan.

Langkah-langkah dari pengolahan data adalah sebagai berikut: (a) Memodelkan fungsi tujuan dan fungsi kendala yang ada dalam bentuk program linier, (b) Menghitung nilai variabel-variabel menggunakan metode simpleks dengan bantuan program QM, (d) Mencari nilai optimal dengan menggunakan metode *Branch and bound*, € Membuat kesimpulan

1. HASIL DAN PEMBAHASAN

Dalam menyelesaikan masalah optimasi banyaknya produk roti pada PT. Arma Anugerah Abadi menggunakan metode *Branch and bound*, data-data yang diperlukan adalah data komposisi bahan baku yang diperlukan dari setiap adonan jenis roti, data persediaan bahan baku, serta data harga penjualan setiap adonan jenis roti. Adapun data yang diperoleh dari PT. Arma Anugerah Abadi adalah sebagai berikut:

- Komposisi Bahan Baku

Untuk menghasilkan output yang siap jadi agar dapat dipasarkan maka diperlukan input utama yakni bahan baku.

Tabel 1 Komposisi Bahan Baku

	Jenis Roti				
	Cokelat	Cokelat Keju	Kelapa	Kacang Merah	Srikaya
Tepung Terigu	1,6 kg	1,6 kg	1,6 kg	1,6 kg	1,6 kg
Tepung Susu	0,26 kg	0,2 kg	0,2 kg	0,32 kg	0,32 kg
Gula	0,12 kg	0,12 kg	0,12 kg	0,12 kg	0,12 kg
Mentega	0,18 kg	0,2 kg	0,18 kg	0,18 kg	0,18 kg
Garam	0,002 kg	0,002 kg	0,002 kg	0,002 kg	0,002 kg
Telur	10 butir	10 butir	10 butir	10 butir	10 butir
Pelembut	0,006 kg	0,006 kg	0,006 kg	0,006 kg	0,006 kg
Pengembang	0,003 kg	0,003 kg	0,003 kg	0,003 kg	0,003 kg
Cokelat	0,96 kg	0,72 kg	0	0	0
Keju	0	0,3	0	0	0
Kelapa	0	0	0,36 kg	0	0
Kacang Merah	0	0	0	1,2 kg	0
Srikaya	0	0	0	0	0,82 kg

Tabel 2 Persediaan Bahan Baku

Bahan Baku	Jumlah Persediaan
Tepung Terigu	90 kg
Tepung Susu	17 kg
Gula	7 kg
Mentega	9 kg
Garam	1 kg
Telur	550 butir
Pelembut	0,3 kg
Pengembang	0,2 kg
Cokelat	16,7 kg
Keju	6 kg
Kelapa	11 kg
Kacang Merah	12 kg
Srikaya	10 kg

Tabel 3 Harga Jual Roti

Jenis Produk Roti	Harga Jual/bungkus
Cokelat	Rp 14.000
Cokelat Keju	Rp 15.000
Kelapa	Rp 12.000
Kacang Merah	Rp 13.000
Srikaya	Rp 13.000

Pembentukan Variabel Keputusan

Pengolahan data terlebih dahulu dimulai dengan identifikasi variabel keputusan. Maka dengan demikian, akan diambil variabel keputusan sebagai berikut:

x_1 = Jumlah Adonan Roti Cokelat

x_2 = Jumlah Adonan Roti Cokelat Keju

x_3 = Jumlah Adonan Roti Kelapa

x_4 = Jumlah Adonan Roti Kacang Merah

x_5 = Jumlah Adonan Roti Srikaya

Pembentukan Fungsi Tujuan

Fungsi tujuannya adalah memaksimalkan pendapatan perusahaan dengan koefisien variabel keputusannya ialah harga per satu satuan adonan roti yang berupa harga jual masing-masing jenis roti yang dikalikan dengan 50 bungkus roti, dengan demikian formulasi fungsi tujuan (Z) dapat dituliskan sebagai berikut:

$$\text{Maksimumkan: } Z = 700000x_1 + 750000x_2 + 600000x_3 + 650000x_4 + 650000x_5$$

Perumusan Fungsi Kendala

Fungsi kendala terdiri dari komposisi bahan baku serta persediaannya yaitu antara lain: tepung terigu, tepung susu, gula, mentega, garam, telur, pelembut, pengembang, cokelat, keju, kelapa, kacang merah, srikaya. Formulasi fungsi kendala dapat dibentuk menjadi persamaan sebagai berikut:

$$\begin{aligned} 1,6x_1 + 1,6x_2 + 1,6x_3 + 1,6x_4 + 1,6x_5 &\leq 90 \\ 0,26x_1 + 0,2x_2 + 0,2x_3 + 0,2x_4 + 0,32x_5 &\leq 17 \\ 0,12x_1 + 0,12x_2 + 0,12x_3 + 0,12x_4 + 0,12x_5 &\leq 7 \\ 0,18x_1 + 0,2x_2 + 0,18x_3 + 0,18x_4 + 0,18x_5 &\leq 9 \\ 0,002x_1 + 0,002x_2 + 0,002x_3 + 0,002x_4 + 0,002x_5 &\leq 1 \\ 10x_1 + 10x_2 + 10x_3 + 10x_4 + 10x_5 &\leq 550 \\ 0,006x_1 + 0,006x_2 + 0,006x_3 + 0,006x_4 + 0,006x_5 &\leq 0,3 \\ 0,003x_1 + 0,003x_2 + 0,003x_3 + 0,003x_4 + 0,003x_5 &\leq 0,2 \\ 0,96x_1 + 0,72x_2 &\leq 16,7 \\ 0,3x_2 &\leq 6 \\ 0,36x_3 &\leq 11 \\ 1,2x_4 &\leq 12 \\ 0,82x_5 &\leq 10 \end{aligned}$$

Model matematika yang telah dibentuk kemudian akan diselesaikan dengan program linier dalam Software QM. Langkah-langkah dalam memproses data: (1) Memasukkan seluruh formulasi data ke dalam software QM.. (2) Menampilkan solusi dari hasil data masukan

Tabel 4 Solusi Masalah

	X1	X2	X3	X4	X5	RHS
Maximize	700000	750000	600000	650000	650000	
Tepung Terigu	1.6	1.6	1.6	1.6	1.6	<= 90
Tepung Susu	0.26	0.2	0.2	0.32	0.32	<= 17
Gula	0.12	0.12	0.12	0.12	0.12	<= 7
Mentega	0.18	0.2	0.18	0.18	0.18	<= 9
Garam	0.002	0.002	0.002	0.002	0.002	<= 1
Telur	10	10	10	10	10	<= 550
Pelembut	0.006	0.006	0.006	0.006	0.006	<= 0.3
Pengembang	0.003	0.003	0.003	0.003	0.003	<= 0.2
Cokelat	0.96	0.72				<= 16.7
Keju		0.3				<= 6
Kelapa			0.36			<= 11
Kacang Merah				1.2		<= 12
Srikaya					0.82	<= 10
Solution	2.395834	20	3.186821	10	12.19512	33016010

Maka dapat terlihat bahwa roti yang harus diproduksi antara lain: Roti Cokelat = 2,395834 adonan, Roti Cokelat Keju = 20 adonan, Roti Kelapa = 3,186821 adonan, Roti Kacang Merah = 10 adonan, dan Roti Srikaya = 12,19512 adonan dengan pendapatan yang diperoleh yaitu Rp. 33.016.010. Namun karena yang diinginkan adalah solusi variabel keputusan yang berupa bilangan integer maka masalah ini belum tepat, untuk membuat solusi menjadi bilangan integer dalam penelitian ini digunakan metode *Branch and bound*.

Analisis Metode *Branch and bound*

Iterasi 1

Langkah pertama adalah menentukan batas atas (BA) dan batas bawah (BB). Pendapatan dengan $x_1 = 2,395834$, $x_2 = 20$, $x_3 =$

$3,186821$, $x_4 = 10$, $x_5 = 12,19512$ adalah Rp 33.016.010 , karena x_1, x_3, x_5 bukan bilangan integer maka solusi ini belum layak, namun nilai pendapatan Rp 33.016.010 ini dijadikan sebagai batas atas (BA). Dengan metode pembulatan ke bawah, diperoleh $x_1 = 2$, $x_2 = 20$, $x_3 = 3$, $x_4 = 10$, $x_5 = 12$ dengan nilai pendapatan Rp 32.500.000 dijadikan batas bawah (BB).

Langkah kedua adalah memilih variabel keputusan yang memiliki pecahan terbesar untuk melakukan pencabangan. Karena pecahan terbesar berada pada x_1 yakni sebesar 0,395834 maka x_1 dicabangkan menjadi sub-masalah 1 dan 2 dengan tambahan kendala untuk masing- masing sub masalah 1 adalah $x_1 \geq 3$ dan untuk sub-masalah 2 adalah $x_1 \leq 2$.

Dengan metode simpleks pada Software QM diperoleh solusi:

Sub-masalah 1: $x_1 = 3$, $x_2 = 19,19444$, $x_3 = 3,477716$, $x_4 = 10$, $x_5 = 12,19512$ dan $Z = 33.009.290$

Sub-masalah 2: $x_1 = 2$, $x_2 = 20$, $x_3 = 3,582656$, $x_4 = 10$, $x_5 = 12,19512$ dan $Z = 32.976.420$

Selanjutnya adalah meneliti batas atas dan batas bawah, nilai solusi dari masing-masing sub-masalah tidak boleh kurang dari batas bawah dan tidak lebih besar dari batas atas. Karena jika kurang dari batas

bawah maka solusi yang diperoleh tidak optimal dan jika lebih besar dari batas atas maka solusi tidak layak karena jika disubstitusikan nilai variabel keputusan ke dalam salah satu kendala akan diperoleh kendala melebihi persediaan yang ada.

Karena solusi sub-masalah 1 dan 2 tidak lebih kecil dari batas bawah dan tidak lebih besar dari batas atas serta nilai variabel keputusannya masih ada yang bernilai tidak integer maka pencabangan diteruskan ke sub-masalah selanjutnya. Sub-masalah 1 dicabangkan menjadi sub-masalah 3 dan 4 sedangkan sub-masalah 2 dicabangkan menjadi sub-masalah 5 dan 6.

Begitupun seterusnya dilanjutkan pencabangan pada node sub-masalah yang masih aktif. Hingga pada iterasi ke-20 solusi dari sub-masalah tersebut tidak dapat dilanjutkan lagi karena nilai solusi untuk masing-masing sub-masalah tersebut tidak memenuhi kelayakan, yaitu solusi sudah tidak berada di batas bawah dan batas atas serta solusi tidak berada di atas solusi integer yang ada. Oleh karena itu, karena tidak ada masalah yang dapat di cabangkan lagi, maka iterasi selesai. Selanjutnya adalah memilih nilai solusi optimal yang telah integer dan fisibel (artinya nilai solusi optimalnya berada antara batas bawah dan batas atas) yaitu terletak pada Sub-masalah 72 dengan $x_1 = 4$,

$x_2 = 17$, $x_3 = 5$, $x_4 = 10$, $x_5 = 12$ dan diperoleh $Z = 32.850.000$.

KESIMPULAN

Dari hasil perhitungan dengan metode *branch and bound* maka diambil sub-masalah dengan nilai optimal terbesar yakni $Z = \text{Rp.}32.850.000$. Dengan masing-masing roti akan diproduksi sebanyak antara lain rasa coklat 4 adonan, rasa coklat keju 17 adonan, rasa kelapa 5 adonan, rasa kacang merah 10 adonan dan 12 adonan rasa srikaya. Berdasarkan informasi dari perusahaan bahwa 1 adonan akan diproduksi untuk 50 buah roti. Maka diperoleh jumlah untuk masing-masing rasa roti yaitu:

(a) Roti Cokelat sebanyak 4 adonan \times 50 roti = 200 bungkus, (b) Roti Cokelat Keju sebanyak 17 adonan \times 50 roti = 850 bungkus, (c) Roti Kelapa sebanyak 5 adonan \times 50 roti = 250 bungkus, (d) Roti Kacang Merah sebanyak 10 adonan \times 50 roti = 500 bungkus, dan (e) Roti Srikaya sebanyak 12 adonan \times 50 roti = 600 bungkus

Dengan pendapatan senilai Rp. 32.850.000. Jadi jumlah roti yang bisa diproduksi dari bahan bahan yang tersedia ialah 2400 bungkus roti.

DAFTAR PUSTAKA

- [1] Muslich, M. 2009. *Metode Penganmbilan Keputusan Kuantitatif*. Jakarta: Bumi Aksara
- [2] Mulyono, S. 2002. *Riset Operasi*. Jakarta: Fakultas Ekonomi Universitas Indonesia
- [3] Wang,S. dan Liu, M. 2015. A *Branch and bound* algorithm for single-machine production scheduling integrated with preventive maintenance planning. *International Journal of Production Research*. Vol.51,No.3:491–506.
- [4] Oberdieck, R., dan Psitikopoulos, E. N. 2014. A Branch and bound method for the solution of multiparametric mixed integer linear programming problems. *J Glob Optim* Vol.22, No.59:527–543.
- [5] Akyuz, M. Hakan, I. Kuban Altinel, Temel Oncan. 2012. Location and allocation based branch and bound algorithms for the capacitated multi-facility Weber problem. *Springer Vol.222,No.59*: 45-71.
- [6] Siswanto. 2007. *Operation Reasearch*, Jilid I. Jakarta: Penerbit Erlangga.
- [7] Supranto, J. M. 1983. *Linear Programming*. Jakarta: Fakultas Ekonomi Universitas Indonesia.
- [8] Aminudin. 2005. *Prinsip-Prinsip Riset Operasi*. Jakarta: Erlangga.
- [9] Taylor W. 2001. *Sains Manajemen Pendekatan Matematika untuk Bisnis*. Jakarta: Penerbit Salemba Empat (PT Salemba Emban Patria.