PENDUGA PARAMETER MODEL REGRESI LINIER SEDERHANA HADIRNYA HETEROSKEDASITAS DAN PENCILAN DENGAN METODE *ROBUST WILD BOOTSTRAP*

Vivi Lathifah Ardi[1], Elamanani Simamora [2]
[1,2]Jurusan Matematika,Universitas Negeri Medan,
Jalan Willem Iskandar Pasar V, Medan 20221, Indonesia
[1]vivilathifah03@gmail.com, [2]elmanani_simamora@unimed.ac.id

Abstrak- Ordinary Least Square (OLS) merupakan suatu metode yang biasanya digunakan untuk mengestimasi parameter sebuah model regresi linier. Namun, ketika suatu data memiliki heteroskedastisitas dan pencilan dalam model regresi akan menyebabkan metode OLS menghasilkan penduga parameter yang tidak efisien.Penelitian ini dilakukan bertujuan untuk menganalisis efesiensi penduga parameter regresi linier berganda hadirnya heteroskedastik dan pencilan dengan metode *robust wild bootstrap*. Metode robust wild bootstrap adalah salah satu metode yang digunakan untuk mengestimasi parameter model regresi dengan hadirnya heteroskedastik dan pencilan yang merupakan modifikasi dari metode wild bootstrap. Hasil analisis yang telah dilakukan menunjukkan bahwa metode robust wild bootstrap menghasilkan penduga parameter yang lebih efisien dibandingkan dengan penduga parameter OLS, yang mana nilai mean standard error pada metode *robust wild bootstrap* lebih kecil dibandingkan dengan metode OLS. Sehingga dapat disimpulkan bahwa metode ini merupakan metode yang sesuai untuk kemungkinan variansi residual yang heteroskedastik dan adanaya pencilan.

Kata kunci: Penduga parameter, Heteroskedasitas (Heteroskedastik), Pencilan (Outliers), Efesiensi, OLS, Bootstrap klasik, Robust Wild Bootstrap

Abstract- Ordinary Least Square (OLS) is a method that is usually used to estimate the parameters of a linear regression model. However, when a data has heteroscedasticity and outliers in the regression model, it will cause the OLS method to produce inefficient parameter estimators. The robust wild bootstrap method is one of the methods used to estimate the parameters of the regression model with the presence of heteroscedasticity and outliers which is a modification of the wild bootstrap method. The results of the analysis that have been carried out show that the robust wild bootstrap method produces more efficient parameter estimators than the OLS parameter estimator, in which the mean standard error of the robust wild bootstrap method is smaller than the OLS method. So it can be concluded that this method is an appropriate method for the possibility of heteroscedastic residual variance and the existence of outliers.

Keywords: Parameter Estimator, Heteroscedasticity, Outliers, Efficiency, OLS, Classic Bootstrap, Robust Wild Bootstrap

p-ISSN : 2443-0366
e-ISSN : 2528-0279

PENDAHULUAN

Analisis regresi bertujuan untuk menjelaskan atau memodelkan hubungan antar variabel. Variabel y disebut juga dengan variabel respon, output, variabel dependen atau variabel yang dijelaskan, variabel x adalah variabel independen, variabel input atau penjelas [1].

Regresi linier merupakan fungsi yang mengaitkan anatara variabel bebas (*independent*) dan variabel terikat (*dependen*t) dimana parameternya linier dengan variabel terikat [2]. Penelitian ini mempertimbangakan variabel bebasnya merupakan order satu atau fungsi linier. Analisis fungsi linier yang hanya melibatkan sebuah variabel bebas disebut dengan analisis regresi linear sederhana. Sementara, apabila analisisnya melibatkan lebih dari satu variabel bebas, maka analisis yang digunakan adalah analisis regresi linear berganda [3].

Regresi linier berganda bertujuan untuk mengetahui hubungan fungsi linier antara variabel dependen dan beberapa variabel independen. Regresi berganda memungkinkan peneliti untuk secara bersamaan menguji efek dari beberapa variabel independen terhadap variabel dependen [4].

Pada analisis regresi diperlukan suatu metode untuk mengestimasi parameter agar dapat memenuhi *Best Linear Unbiased Estimator* (BLUE) salah satu metode yang paling sering digunakan adalah *Ordinary Least Square* (OLS) atau biasa disebut dengan Metode Kuadrat Terkecil (MKT) [5]. Koefisien-koefisien regresi linier sebenarnya adalah nilai duga dari parameter model regresi. Parameter merupakan keadaan sesungguhnya untuk kasus yang diamati, dalam menduga mungkin tidak terlepas dari kesalahan, baik itu sedikit maupun banyak. Perhitungan dengan OLS, kesalahan pendugaan dijamin yang terkecil (dan merupakan yang terbaik) asal memenuhi beberapa asumsi. Asumsi-asumsi tersebut biasanya disebut asumsi klasik regresi linier [1]. Asumsi yang harus dipenuhi dalam asumsi klasik adalah asumsi normalitas, asumsi linieritas, tidak ada masalah multikolinearitas, tidak ada masalah autokorelasi dan tidak ada masalah heteroskedastisitas [6].

Koefisien regresi akan melakukan uji asumsi klasik regresi linier, terlebih dahulu harus mendapatkan data *residual*. Pengujian asumsi klasik menggunakan data residual, bukan data pengamatan, kecuali uji asumsi multikolinieritas. Di antara asumsi-asumsi tersebut, ada asumsi penting yang harus dipenuhi, yaitu asumsi tidak adanya heteroskedastisitas. Heteroskedastisitas adalah adanya ketidaksamaan varians dari *residual (error)* dari pengamatan ke pengamatan pada model regresi [1].

Heteroskedasitas lebih sering terjadi pada data silang (*cross-section*). Dalam data *cross-sectional* biasanya dikaitkan dengan anggota populasi pada waktu tertentu, sedangkan dalam *time series*, variabel cenderung mempunyai urutan yang seragam sebab seorang umumnya mengumpulkan informasi buat entitas yang sama sepanjang periode waktu tertentu [7].

Model regresi dengan variansi residual heteroskedastis memiliki istilah kesalahan terdistribusi normal, dan variansinya tidak konstan untuk semua pengamatan. Sebaliknya, model dengan variansi sisa dari *mean square error* memiliki istilah *error* terdistribusi normal, dan variansnya mencakup semua pengamatan [8].

Asumsi yang melanggar homoskedasitas disebut heteroskedasitas, yang artinya variansi kesalahannya tidak konstan. Hasil heteroskedastisitas dapat menyebabkan estimasi MKT yang diperoleh masih memenuhi persyaratan yang tidak bias, namun varian yang diperoleh tidak efisien yang berarti variansi cenderung membesar sehingga tidak lagi

p-ISSN : 2443-0366
e-ISSN : 2528-0279

merupakan varian yang kecil. Oleh karena itu, perlu dilakukan penyempurnaan model terlebih dahulu untuk menghindari hilangnya pengaruh heteroskedastisitas [5]
.

Heteroskedastisitas bisa muncul akibat adanya pencilan. Pengamatan terluar, atau pencilan merupakan pengamatan yang sangat berbeda dengan pengamatan dalam sampel (sangat kecil atau sangat besar) [7]. Pencilan tidak dapat diabakan begitu saja dari pengamatan. Draper dan Smith (1992), mengutarakan bahwa terkadang pencilan juga akan memberikan informasi yang tidak bisa diberikan oleh titik data lainnya yang mungkin saja sangat penting dan perlu diselidiki lebih jauh. Pencilan juga dapat diselesaikan dalam analisis regresi dengan menggunakan regresi kekar [9]. Regresi *robust* merupakan metode regresi yang digunakan untuk menganalisis data yang mengandung pencilan yang berpengaruh pada model.

Metode *bootstrap* klasik adalah kumpulan teknik pengambilan sampel ulang yang dirancang untuk memperkirakan kesalahan standar dan interval kepercayaan. Memanfaatkan banyak sampel yang diambil dari pengamatan awal (Stein, 1990). Ide dasar *bootstrap* adalah membangun data palsu menggunakan informasi dari data mentah. Namun demikian kita tetap harus memperhatikan sifat-sifat data asli agar data citra memiliki fitur yang sedekat mungkin dengan data aslinya.

Metode *Bootstrap* klasik tidak akan menghasilkan nilai terbaik apabila hadirnya heteroskedasitas dan pencilan, dengan itu dari penelitian yang dilakukan oleh Adnan dan Rana menunjukkan metode apa yang menghasilkan kesimpulan terbaik dengan data yang mengandung heteroskedasitas dan pencilan. Hasil yang didapat adalah menggunakan metode *robust wild bootstrap* yang diperkenalkan oleh wu dan liu.

Keefesiesian suatu metode dapat diukur dengan melihat nilai standad error, semakin minimum suatu nilai standard error yang dihasilakan dari suatu penduga parameter, maka penduga parameter tersebut adalah yang tebaik dibanding penduga parameter lainnya.

Hal tersebut yang menjadi landasan dari penelitian ini, dimana penelitian ini akan menggunakan metode *robust wild bootstrap* untuk mengestimasi parameter regresi dengan adanya heteroskedastisitas dan pencilan. Bertujuan untuk memperoleh *estimator* (penduga) yang efisien.

KAJIAN TEORI

A. Analisis Regresi

Analisis regresi berkaitan dengan studi tentang hubungan antara satu variabel yang disebut variabel dijelaskan, atau dependen, dan satu atau lebih variabel lain yang disebut variabel independen, atau penjelas [7]. Jika peubah bebas tidak lebih dari satu, maka analisis regresi disebut regresi linier sederhana. Betuk umim regresi linier sederhana adalah sebagai berikut:

$$y = \beta_0 + \beta_1 x + \varepsilon$$

B. Pecilan

Pencilan adalah Kasus yang tidak mengikuti model yang sama dengan data lainnya disebut pencilan, dan mengidentifikasi kasus ini dapat berguna. Kasus dengan residual besar merupakan kandidat pencilan.

C. Heterosekdasitas Dalam Analisi Regresi

Heteroskedasitas adalah suatu asumsi dimana akan menunjukkan peningkatan variasi pada data.

D. *Ordinary Least Squeres* (OLS)

Salah satu metode yang digunakan untuk menaksir koefisien regresi adalah *ordinary least sequeres. Estimator* penduga kuadat terkecil dari parameter β_0, dan β_1, dengan menyesuaikan model regresi sederhana. Pada kasus regresi linier sederhana, diasumsikan bahwa e_i independen dan distribusi identik dengan mean 0 dan varian pada umumnya σ^2. Pada regresi sederhana akan meminimalakan *Error Sum of Squeres* (SSE)

$$SSE = \sum_{i=1}^{n} \varepsilon_i^2 = \sum_{i=1}^{n} (y_i - \beta_0 - \beta_1 x_1)^2$$

Meminumkan fungsi *SSE* untuk mendapatkan *estimator* vektor kuadrat terkecil $\hat{\beta}$ yang minimum

$$SSE = \sum_{i=1}^{n} \varepsilon_i^2 = \varepsilon'\varepsilon = (y - X\beta)'(y - X\beta)$$

E. Untuk persamaan regresi linier

$$y = X\beta + \varepsilon$$

Sebuah estimasi takbias dari σ^2 diberikan kepada rata-rata kuadrat *residual*

$$s^2 = \frac{SSE}{n-(k+1)},$$

dimana

$$SSE = \sum_{i=1}^{n} \varepsilon_i^2 = \sum_{i=1}^{n} (y_i - \hat{y}_i)^2$$

Misalkan $\hat{y} = X\hat{\beta}$ adalah vector $n \times 1$ dari nilai taksiran yang sesuai dengan kasus n pada data, dan $\varepsilon = (y - \hat{y})$ adalah vektor residuak. Jumlah taksiran kuadrat residual dari nilai taksiran $\hat{y}$ yang dievaluasi pada $\hat{\beta}$ adalah

$$SSE = (y - \hat{y})'(y - \hat{y}) = \varepsilon'\varepsilon = \sum_{i=1}^{n} \hat{\varepsilon}_i^2$$

Dengan menggunakan persamaan sebelumnya dapat dituliskan

$$SSE = y'y + \hat{\beta}'X'X\hat{\beta} - 2y'X\hat{\beta}$$

Dengan mensubsitusikan $\hat{\beta}$, dapat diperoleh

$$\begin{aligned}\hat{\beta}'X'X\hat{\beta} &= \hat{\beta}'X'X(X'X)^{-1}X'y \\ &= \hat{\beta}'X'y \\ &= y'X'\hat{\beta}\end{aligned}$$

Sehingga jumlah kuadrat residual dapat dituliskan sebagai

$$\begin{aligned}SSE &= y'y + \hat{\beta}'X'X\hat{\beta} \\ &= y'y + \hat{\beta}'X'\mathrm{y}\end{aligned}$$

Dengan mensubsitusikan $\hat{\sigma}^2$ pada persamaan sebelumnya maka penduga varian dari $\hat{\beta}$, menjadi

$$\widehat{Var}(\hat{\beta}) = \sigma^2(X'X)^{-1} \quad [10]$$

F.* Regresi *Robust

Regresi *robust* bertujuan untuk memberikan hasil yang resisten (stabil) dengan adanya pencilan. Untuk mencapai stabilitas ini, regresi yang kuat membatasi pengaruh pencilan [11]. Salah satu estimasi dalam regresi *robust* adalah S-*estimator*. S-*Estimator* dengann meminimalkan skala M-

Estimator, yang mana ditentukan seperti berikut:

$$\hat{\beta}_s = min_\beta \hat{\sigma}_s(e_1, e_{2,} \cdots, e_n)$$

Dengan meminimumkan peduga yang *robust* $\hat{\sigma}_s$ dan memenuhi

$$min \sum_{i=1}^{n} \rho \left(\frac{y_i - \sum_{i=1}^{n} x_{ij}\beta}{\hat{\sigma}_s} \right)$$

Dimana

$$\hat{\sigma}_s = \begin{cases} \dfrac{median - |e_i - median(e_i)|}{0.6745} & ; \quad iterasi = 1 \\ \sqrt{\dfrac{1}{nk}\sum_{i=1}^{n} w_i e_i^2}\ ; & ; \quad iterasi > 1 \end{cases}$$

ψ adalah turunan dari ρ maka:

$$\psi(u_i) = \rho'(u_i) = \begin{cases} \left[1 - \left(\dfrac{u_i}{c}\right)^2\right]^3 \\ 0 \end{cases}$$

G. Metode *Bootstrap*

Bootstrap merupakan metode simulasi berbasis data yang digunakan dalam pendugaan parameter dan penyusunan selang kepercayaan tanpa perlu mengetahui distribusi populasi dari sampel yang dimiliki. Metode *bootstrap* pertama kali diperkenalkan oleh Efron pada 1979. Nama bootstrap sendiri diambil dari sebuah *frase to pull oneself up by ones bootstraps* yang berarti berdiri di atas kaki sendiri. Pendekatan pada *bootstrap* ini menggunakan metode pengambilan sampel berulang [12].

Adapun macam-macam metode *bootstrap* yaitu:

1. *Bootstrap* klasik [13]
2. *Bayesian Bootstrap* [14].
3. *Bootstrap Pairs* [15]
4. *Wild Bootstrap* [16]
5. *Robust Wild Bootstrap* [17]

H. *Bootstrap* Klasik

Algoritma *bootstrap* bekerja dengan pengambilan sejumlah sampel *bootstrap* secara bebas, perhitungan korespondensi replikasi *bootstrap*, dan mengestimasikan kesalahan baku $\hat{\theta}$ dengan simpangan standar replikasi empiris. Algoritma berikut adalah sebuah prosedur *bootstrap* untuk estimasi kesalahan baku pada $\hat{\theta} = s(x)$ dari data observasi x.

1. Memilih B Sampel *bootstrap* independen $x^{*1}, x^{*2}, \cdots, x^{*B}$, masing-masing berisikan n nilai data yang diambil dengan pengambilan dari data observasi x.
2. Menghitung replikasi *bootstrap* yang berkorespondensi ke setiap sampel *bootstrap*,
3. Mengestimasi kesalahan baku $se_F(\hat{\theta})$ pada B repliksi

$$se_F = \sqrt{\sum_{b=1}^{B} \frac{\left[\hat{\theta}^*(b) - \hat{\theta}^*(.)\right]^2}{B-1}},$$

Dimana $\hat{\theta}^*(.) = \sum_{b=1}^{B} \frac{\hat{\theta}^*(b)}{B}$ [13].

I. Robust Wild Bootstrap

Hadirnya heteroskedastisitas dalam data, maka variansi dari data akan berbeda dan tak satupun dari skema bootstrap residual dapat menghasilkan estimasi parameter yang efisien. Wu (1986) menunjukkan metode tersebut tidak konsisten dan bias asimtotik berada di bawah heteroskedastisitas. Metode yang diusulkan oleh Wu (1986) adalah metode wild bootstrap (weighted bootstrap) yang mana dapat digunakan untuk mendapatkan kesalahan standar secara asimtotik yang benar di bawah bentuk heteroskedastisitas yang tidak diketahui.

p-ISSN : 2443-0366
e-ISSN : 2528-0279

Metode bootstrap residual sedikit dimodifikasi oleh Wu dimana setiap i, diambil sebuah nilai t_i^* , dengan pengembalian, dari sebuah distribusi dengan mean nol dan variansi satu dan melekatkannya pada nilai $\hat{y}_i$ untuk menghasilkan nilai bootstrap residual y_i^{*b}, yang didefinisikan sebagai

$$y_i^{*b} = f(x_i, \hat{\beta}_{ols}) + \frac{t_i^* \varepsilon_i}{\sqrt{1-h_{ii}}}$$

[17]

J. Efesiensi Relatif dari Penduga

Efesensi relatif digunakan untuk melihat kualitas dari suatu penduga, yang mana di defenisikan seperti berikut:

Defenisi 2.1.1 *Efesiensi relative sebuah penduga yak bias T dari $\tau(\theta)$ bagi penduga tak bias T^* lainnya dari $\tau(\theta)$ seperti berikut:*

$$Ref(T, T^*) = \frac{Var(T^*)}{Var(T)}$$

Sebuah penduga tak bias T^* dari $\tau(\theta)$ dikatakan efesien jika $(T, T^*) \leq 1$ untuk penduga tak bias T dari $\tau(\theta)$ dan semua $\theta \in \Omega$ efesiensi sebuah penduga tak bias T dari $\tau(\theta)$ diberikan oleh

$$e(T) = re(T, T^*)$$

Jika T^* adalah sebuah penduga yang efesiensi dari $\tau(\theta)$ [18].

A. Pembakitan Data

Pembangkitan data berdassarkan Cribari-Neto and Zarkos (1999) dengan model regresi linier $y_i = \beta_0 + \beta_1 x_{1i} + u_i\sqrt{v_i}$, dengan $i = 1,2, \ldots, 20$. Untuk $n = 20$ dipilih x_{1i} dari barisan 18 titik yang berjarak sama dari -1 ke 1 dengan titik akhir -1.1 dan 1.1 sedangkan x_{2i} dipilih dari kuantil populasi distribusi normal baku. Pembangkitan data dibentuk menggunakan $\beta_0 = \beta_1 = 1$. Rancangan yang digunakan adalah rancangan 2 yaitu:

Rancangan kedua: $u_i \sim N(0,1)$ dan $v_i = exp\{1{,}5x_{1i} + 1{,}5x_{2i}\}$ untuk model heteroskesdastisitas dengan sebaran data mengikuti populasi berdistribusi normal [19].

METODOLOGI PENELITIAN

Metode penelitian yang dianut oleh peneliti menjadi dasar untuk mencapai tujuan penelitian dan memaksimalkan fungsi. Tujuan yang dimaksud adalah mengamati dan mempelajari keadaan dengan teori-teori ilmiah melalui penerapan teknologi atau metode penelitian. Data awal yang didapakan melalui simulasi dengan bantuan MATLAB 2015b, kemudian data tersebut di replikasi sedemikian rupa, dari hasil replikasi tersebut akan didapat nilai-nilai *standard error.*Nilai *standard error* tersebut kemudian di analisis.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Standard error (kesalahan baku) *bootstrap* dari estimasi parameter *bootstrap* klasik dan *robust wild bootstrap* didapatkan dengan menggunakan persamaan seperti berikut:

$$\widehat{se}_\beta(\hat{\beta}) = \sqrt{\frac{1}{B-1}\sum_{b=1}^{B}\left(\hat{\beta}^{*b} - \bar{\hat{\beta}}^{*b}\right)^2}$$

Dimana

$$\bar{\hat{\beta}}^{*} = \frac{1}{B}\sum_{b=1}^{B}\bar{\hat{\beta}}^{*b}$$

Data simulasi yang dibangkitkan dengan MATLAB 2015b merupakan data yang tidak memiliki pencilan dan di tambahkan pencilan. Data yang tanpa pencilan adalah data yang memiliki 0% pencilan, sedangkan data yang ditambakan pencilan adalah data yang ditambahkan 10% pencilan, 15% pencilan, dan 20% pencilan. Data yang dihasilkan tersebut

p-ISSN : 2443-0366
e-ISSN : 2528-0279

kemudian dilakukan pengulangan (replikasi) yang disimbolkan dengan *B*, dimana pengulangan yang akan diterapkan pada penelitian ini adalah 500, 1000, dan 10000.

Data yang telah melalui proses pengulangan tersebut digunakan untuk mendapatkan nilai *standard error*, yang mana dalam penelitian ini nilai *standard error* yang didapatkan dengan beberapa metode yaitu OLS, *bootstrap* klasik dan *robust wild bootstrap*. Nilai *standard error* akan menjadi unsur menentukan metode mana yang akan efesien dengan adanya heteroskedasitas dan adanya pencilan.

Tabel 4.5 – Tabel 4.7 yang akan ditunjukaan di bawah menampilkan *standard error* menggunakan metode OLS, *bootstrap* klasik dan *robust wild bootstrap* dengan ukuran data sampel asli n = 20, yang mana ketiga tabel itu masing – masing mengalami replikasi sebanyak 500, 5000, dan 10000.

Tabel 1. Hasil nilai *standard error* untuk setiap parameter dengan ukuran replikasi 500 dengan menggunakan metode OLS, *bootstrap* klasik *dan robust wild bootstrap*

Banyak Sampel	Pencilan	Parameter	*Standard Error*			
			OLS	Boostrap Klasik	Wild Bootstrap	Robust Wild Bootstrap
500	0%	β_0	4.23168	3.94716	2.45871	3.77351
		β_1	7.25441	7.06294	8.77483	6.46897
		Mean Standard Error	5.76680	5.43907	6.13590	4.06779
	5%	β_0	4.29403	3.98926	3.49752	4.23007
		β_1	7.36130	6.84484	12.31198	7.25166
		Mean Standard Error	6.27965	5.96552	6.71469	4.44097
	10%	β_0	4.59035	4.37265	3.61323	4.42719
		β_1	7.86929	7.61834	10.68394	7.58958
		Mean Standard Error	7.01098	6.65036	7.45786	5.10808
	15%	β_0	4.45492	4.29186	2.95961	3.97694
		β_1	7.63712	6.87224	8.24095	6.81772
		Mean Standard Error	7.86442	7.44889	8.13442	6.21017
	20%	β_0	6.35620	5.73620	5.23408	5.96006
		β_1	10.89650	9.53798	9.83706	10.21740
		Mean Standard Error	8.71623	8.26941	8.58093	7.61092

p-ISSN : 2443-0366
e-ISSN : 2528-0279

Tabel 2. Hasil nilai *standard error* untuk setiap parameter dengan ukuran replikasi 1000 dengan menggunakan metode OLS, *bootstrap* klasik *dan robust wild bootstrap*

Banyak Sampel	Pencilan	Parameter	*Standard Error*			
			OLS	*Boostrap* Klasik	*Wild Bootstrap*	*Robust Wild Bootstrap*
5000	0%	β_0	4.60159	4.28902	3.11366	3.81472
		β_1	7.43230	6.94277	9.11050	6.16138
		Mean Standard Error	5.63424	5.34978	6.72565	4.00409
	5%	β_0	5.39480	5.09946	8.31543	4.28930
		β_1	8.71345	8.26955	14.97338	6.92790
		Mean Standard Error	6.23081	5.90947	7.16196	4.30550
	10%	β_0	5.32750	5.03734	5.81691	4.03705
		β_1	8.60476	8.16796	10.61360	6.52048
		Mean Standard Error	7.20603	6.83412	8.51362	5.08349
	15%	β_0	6.52922	6.18984	11.79275	4.44650
		β_1	10.54573	9.95471	18.37529	7.18180
		Mean Standard Error	8.21663	7.80016	8.88973	6.30797
	20%	β_0	5.75341	5.40000	8.65345	5.10225
		β_1	9.29267	8.76278	13.18807	8.24095
		Mean Standard Error	9.48633	9.00644	9.97908	7.99022

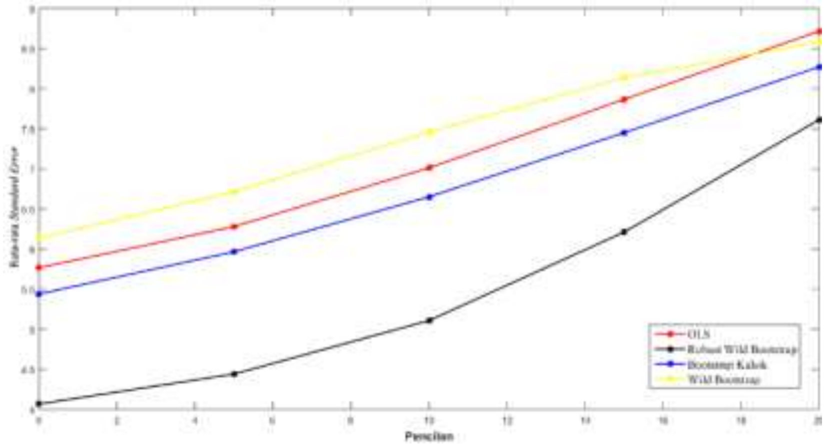
p-ISSN : 2443-0366
e-ISSN : 2528-0279

Tabel 3. Hasil nilai *standard error* untuk setiap parameter dengan ukuran replikasi 10000 dengan menggunakan metode OLS, *bootstrap* klasik *dan robust wild bootstrap*

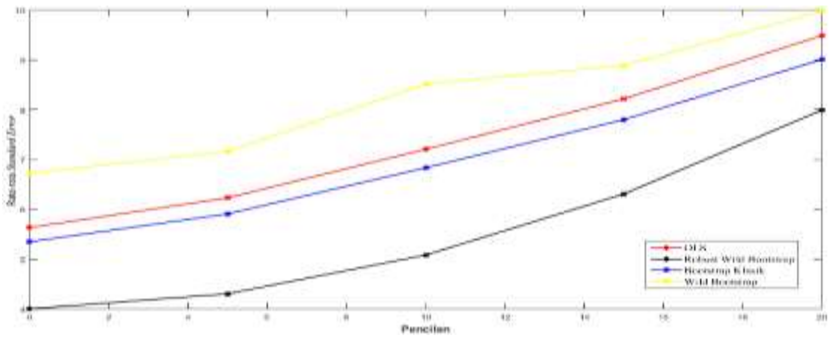
Banyak Sampel	Pencilan	Parameter	*Standard Error*			
			OLS	Boostrap Klasik	Wild Bootstrap	Robust Wild Bootstrap
10000	0%	β_0	2.05823	1.92187	0.93943	1.70323
		β_1	3.92488	3.67459	3.97613	3.24793
		Mean Standard Error	6.07700	5.76176	6.55407	4.28170
	5%	β_0	3.13052	2.94631	5.31090	2.07491
		β_1	5.96966	5.56469	9.09929	3.95668
		Mean Standard Error	6.70263	6.36119	7.06880	4.66437
	10%	β_0	3.51030	3.32681	4.97266	2.57931
		β_1	6.69387	6.30741	8.32389	4.91854
		Mean Standard Error	7.44430	7.06152	8.03825	5.37383
	15%	β_0	2.60094	2.49983	1.40660	2.49744
		β_1	4.95978	4.74215	4.06140	4.76241
		Mean Standard Error	8.22035	7.79282	8.19824	6.39541
	20%	β_0	3.13373	2.98543	1.54010	3.40282
		β_1	5.97578	5.68894	5.27625	6.48891
		Mean Standard Error	8.96890	8.50578	8.73705	7.73366

p-ISSN : 2443-0366
e-ISSN : 2528-0279

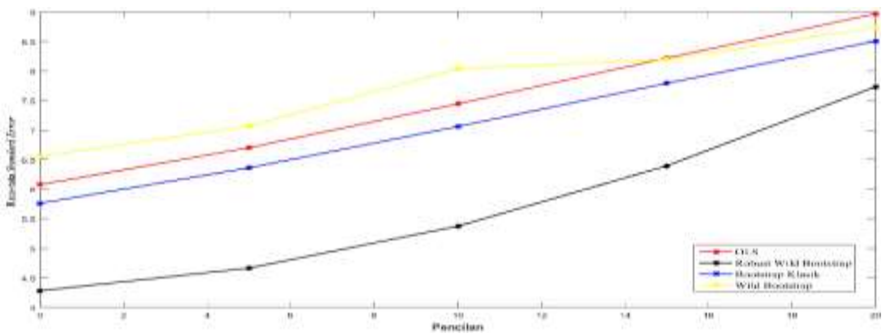
B. Plot Mean Standard Error



Gambar 1. Plot nilai rata-rata *standard error* penduga parameter bootstrap terhadap penambahan pencilan dengan $B = 500$



Gambar 4.2. Plot nilai *mean standard error* penduga parameter bootstrap terhadap penambahan pencilan dengan $B = 5000$



Gambar 4.3. Plot nilai *mean standard error* penduga parameter bootstrap terhadap penambahan pencilan dengan $B = 10000$

p-ISSN : 2443-0366
e-ISSN : 2528-0279

Dari ketiga plot tersebut dapat disimpulkan bahwa nilai mean standard error ang paling rendah terdapat pada metode *robust wild bootstrap.*

KESIMPULAN

Kesimpulan yang diperoleh dari penelitian bagaimana mengatasi suatu data yang memilki heteroskedasitas dan adanya pencilan pada estimasi parameter regresi linier berganda menggunakan *bootstrap* klasik dan *robust wild bootstrap* adalah sebagai berikut:

1. Regresi *bootstrap* untuk mendapatkan nilai *standard error* meliputi tahap-tahap membentuk persamaan regresi linier sederhana dengan menggunakan metode *bootsrap* klasik, yang mana bentuk persamaan terdapatnya heteroskedasitas dan pencilan, kemudian mengestimasi persamaan regresi *bootstrap* menggunakan metode *ordinary least square*, mengambil sampel random berukuran $n = 20$ sebanyak replikasi B, menghitung estimasi parameter setiap sampel *bootstrap*, menghitung *standard error* estimasi parameter sampel *bootstrap* dan menghitung *mean standard error* estimasi parameter. Sedangkan pada *robust wild bootstrap* sama dengan bootstrap klasik hanya saja dalam mengestimasi regresi *bootstrap* dengan menggunakan metode S-*estimator*, yang mana pada metode ini akan ditambah nilai, langakah selanjutnya untuk mendapatkan nilai *standard error* pembobot dan *mean standard error,* yang mana melakukan tahap yang sama dengan *bootstrap* klasik.

2. Berdasarkan dari defenisi efesiensi penduga parameter bahwasannya penduga parameter yang lebih efesien adalah parameter yang memiliki nilai *mean standard error* yang paling minimum, penduga parameter yang memiliki *mean standard error* adalah metode *robust wild bootstrap* dibandingkan dengan metode *Ordinary Least Squeres* (OLS), *bootstrap* klasik, dan *wild bootstrap*.

DAFTAR PUSTAKA

[1] R. Kurniawan and B. Yuniarto, *Analisis Regresi Dasar dan Penerapan dengan R*. Jakarta, 2016.
[2] R. E. Walpole, R. H. Myers, S. L. Myers, and K. Ye, *Probability and Statistics for Engineers end Scientists*. Boson: Prentice Hall, 2011.
[3] M. Pasaribu, A. Jalil, and R. M. Lubis, "Penerapan Analisis Regresi Ridge pada Data Pasien Hipertensi di Rumah Sakit Umum Daerah Sidikalang," *E-Jurnal Mat.*, vol. 1, no. 2, pp. 1–5, 2015.
[4] X. Yan and X. G. Su, "Linear Regression Analysis Theory and Cumputing," USA: World Scientific, 2007, pp. 1–349.
[5] D. N. Gujarati, *Basic Econometrics*. New York: The McGraw-Hill, 2007.
[6] S. G. Markidakis, S. C. Wheelwright, and V. E. McGee, *Metode dan Aplikasi Peramalan*, 2nd ed. Jakarta: Erlangga, 1999.
[7] D. N. Gujarati and D. C. Porter, *Basic Econometrics*, 5th ed. New York: McGraw-Hill/Irwin, 2008.
[8] Sarwoko, *Dasar-Dasar Ekonometrika*. Yogyakarta: ANDI, 2016.
[9] T. P. Ryan, *Modern Regression Methods*, 2nd ed., vol. 39, no. 4. Kanada: JhonWiley and Sons, Inc, 1997.
[10] S. Weisberg, *Applied Linear Regression Models*, 3rd ed. Kanada: John Wiley and Sons, Inc, 2005.
[11] C. Chen, "Robust Regression and Outlier Detection with the ROBUSTREG Procedure," *SAS Inst. Inc.*, pp. 265–27, 2002.
[12] N. M. M. ASTARI, N. L. P. SUCIPTAWATI, and I. K. G.

SUKARSA, "Penerapan Metode Bootstrap Residual Dalam Mengatasi Bias Pada Penduga Parameter Analisis Regresi," *E-Jurnal Mat.*, vol. 3, no. 4, pp. 130–137, 2014, doi: 10.24843/mtk.2014.v03.i04.p075.

[13] B. Efron and R. J. Tibshirani, *An Introduction to the Bootstrap*. London: Chapman & Hall, 1993.

[14] D. B. Rubin, "The Bayesian Bootstrap," *Ann. Stat.*, vol. 9, no. 1, pp. 130–134, 1981.

[15] D. A. Freedman, "Bootstrapping Regression Models," *Ann. Stat.*, 1981, doi: 10.1214/aos/1176345638.

[16] B. Efron, "The Bootstrap and Modern Statistics," vol. 95, no. 452, pp. 1293–1296, 2014.

[17] S. Rana, H. Midi, and A. H. M. R. Imon, "Robust wild bootstrap for stabilizing the variance of parameter estimates in heteroscedastic regression models in the presence of outliers," *Math. Probl. Eng.*, pp. 1–15, 2012, doi: 10.1155/2012/730328.

[18] L. J. Bain and M. Engelhardt, *Introduction To Probability and Mathematical Statistics*, 2nd ed. Kanada: Duxbury, 1991.

[19] F. Cribari-Neto and S. G. Zarkos, "Bootstrap methods for heteroskedastic regression models: Evidence on estimation and testing," *Econom. Rev.*, vol. 18, no. 2, pp. 211–228, 1999, doi: 10.1080/07474939908800440.