

## METODE *JACKKNIFE* DAN METODE *BOOTSTRAP* DALAM ESTIMASI KURTOSIS DAN *SKEWNESS*

Riadil Jannah Sihombing<sup>1</sup>, Elmanani Simamora<sup>2</sup>

<sup>1,2</sup> *Jurusan Matematika, Universitas Negeri Medan, Jalan Willem Iskandar Pasar V,  
Medan 20221, Indonesia*

<sup>1</sup>riadiljannah2404@gmail.com, <sup>2</sup>elmanani\_simamora@unimed.ac.id

**Abstrak**— Hal yang harus diperhatikan untuk melakukan uji statistik sebagai proses analisis yaitu uji asumsi klasik, salah satunya adalah uji normalitas. Data yang tidak berdistribusi normal disebabkan terlalu banyak nilai-nilai ekstrim dalam satu set data sehingga menghasilkan distribusi *skewness* dan distribusi kurtosis. Untuk mengatasi masalah tersebut, dapat menggunakan metode *bootstrap* dan metode *jackknife*. Tujuan dari penelitian ini yaitu menentukan hasil estimasi dari metode *bootstrap* dan metode *jackknife*, serta menentukan *estimator* terbaik dengan cara membandingkan nilai MSE kedua metode tersebut. Data yang digunakan dalam penelitian ini yaitu data kekuatan gempa bumi di Indonesia tahun 2020 dengan kekuatan magnitudo di atas 5. Berdasarkan simulasi dengan menggunakan bantuan program Matlab R2015a dilakukan *resampling* sebanyak 50, 100, 200, 500, dan 1000. Jika dilihat secara keseluruhan diperoleh nilai MSE terkecil yaitu dengan metode *bootstrap*. Dapat disimpulkan bahwa metode *bootstrap* merupakan metode yang efisien dibandingkan metode *jackknife*, hal ini didukung dengan kecilnya tingkat MSE yang dihasilkan.

**Keywords:** *Bootstrap, Jackknife, Skewness, Kurtosis*

**Abstract**— The thing that must be considered in carrying out statistical tests as an analytical process is the classical assumption test, one of which is the normality test. Data that are not normally distributed are caused by too many extreme values in one data set, resulting in a skewness distribution and a kurtosis distribution. To solve this problem, you can use the bootstrap method and the jackknife method. The purpose of this study is to determine the estimation results from the bootstrap method and the jackknife method, and to determine the best estimator by comparing the MSE values of the two methods. The data used in this study is data on the strength of the earthquake in Indonesia in 2020 with a magnitude above 5. Based on the simulation using the help of the Matlab R2015a program, resampling of 50, 100, 200, 500, and 1000 was obtained. The smallest MSE is the bootstrap method. It can be concluded that the bootstrap method is an efficient method compared to the jackknife method, this is supported by the small level of MSE generated.

**Keywords:** *Bootstrap, Jackknife, Skewness, Kurtosis*

## PENDAHULUAN

Perkembangan zaman membuat ilmu pengetahuan banyak mengalami kemajuan, salah satunya ilmu statistika. Ada beberapa hal yang harus diperhatikan untuk melakukan uji statistik sebagai proses analisis yaitu perlu uji asumsi klasik, salah satunya adalah uji normalitas. Uji normalitas merupakan uji yang dilakukan untuk mengetahui apakah suatu data memiliki distribusi normal. Tidak terpenuhi asumsi kenormalan data akan berpengaruh terhadap resiko salah dalam penarikan kesimpulan, sehingga akan menyimpang dari keadaan yang sebenarnya atau menghasilkan kesimpulan yang kurang dapat dipercaya. Data yang tidak berdistribusi normal disebabkan terlalu banyak nilai-nilai ekstrim dalam satu set data sehingga menghasilkan distribusi *skewness* dan distribusi kurtosis.

*Skewness* dan kurtosis adalah alat yang digunakan untuk memeriksa karakteristik distribusi tertentu dan menguji normalitas yang sering menjadi asumsi dasar dalam menerapkan metode statistik. *Skewness* merupakan derajat ketidaksimetrisan atau dapat pula didefinisikan sebagai penyimpangan kesimetrisan dari suatu distribusi yang digunakan dalam memberikan gambaran distribusi data apakah miring ke kanan, ke kiri atau simetris. Sedangkan kurtosis merupakan indikator yang menunjukkan derajat keruncingan. Distribusi dengan kurtosis positif dikenal dengan leptokurtik, memiliki ekor yang lebih panjang dan cenderung menghasilkan lebih banyak pencilan, sementara distribusi dengan kurtosis negatif dikenal dengan platikurtik yang menghasilkan lebih sedikit atau tidak ada pencilan. Distribusi dengan kurtosis nol disebut mesokurtik dan yang paling terkemuka adalah distribusi normal [1].

Estimasi *skewness* dan kurtosis suatu statistik tidak hanya memberikan ukuran

nonparametrik untuk bentuk fungsi distribusi statistik, tetapi dapat digunakan untuk meningkatkan perkiraan asimtotik untuk fungsi distribusi dan batas kepercayaan dari parameter yang diestimasi oleh statistik [2].

Pengujian kenormalan suatu data dapat menggunakan berbagai metode, diantaranya dapat dilihat dari grafik histogram dan *curve* normal, Chi-Kuadrat, Anderson Darling, Ryan Joner, Kolmogrov-Smirnov, Shapiro-Wilk, Jarque Bera, Lilliefors, D'Agostino-Pearson, atau dengan menggunakan nilai *skewness*, kurtosis dan *standard error*. Semakin banyak data, maka hasil pengujian kenormalan data akan sesuai dengan keadaan sebenarnya. Namun jika data yang diperoleh adalah sedikit, maka pengujian kenormalan data tidak akan sesuai dengan keadaan sebenarnya. Permasalahan asumsi normalitas yang tidak terpenuhi dapat diatasi dengan menggunakan *resampling*. *Resampling* adalah kegiatan pengambilan sampel dari sampel yang telah ada sehingga diperoleh sampel baru. Menurut teorema dalil limit pusat, sampel yang berasal dari bukan sebaran normal, apabila sampel acak berasal dari suatu populasi yang berdistribusi sembarang dan mempunyai *mean*  $\mu$  dan variansi  $\sigma^2$  dengan ukuran sampel  $n$  besar, maka distribusi dari sampel mendekati distribusi normal [3].

Gempa bumi yang terjadi di Indonesia dengan ukuran kekuatan gempa lebih besar dari 5 skala *richter* merupakan salah satu peristiwa yang datanya sedikit sehingga dapat digunakan *resampling* dengan metode *jackknife* dan metode *bootstrap* untuk mengestimasi kurtosis dan *skewness*-nya.

Penerapan *resampling* memungkinkan berlakunya data terbebas dari asumsi distribusi atau tidak memerlukan asumsi normalitas [4]. Terdapat beberapa jenis *resampling* diantaranya *bootstrap*, *jackknife*, *blindfold*, *randomization*, *cross-*

*validation*, *exact test* dan *k-nearest neighbor*. Metode *jackknife* dan *bootstrap* merupakan teknik nonparametrik dan *resampling* yang bertujuan untuk menaksir nilai bias dan *standard error*. Kedua metode ini digunakan untuk mengestimasi suatu distribusi populasi yang tidak diketahui dengan distribusi empiris yang diperoleh dari proses penyamplingan ulang. Metode *bootstrap* didasarkan pada teknik pengambilan sampel dengan pengembalian, sedangkan metode *jackknife* didasarkan pada penghapusan satu sampel setiap pengambilan sampel tanpa pengembalian [5].

Metode *jackknife* pertama kali dikemukakan oleh Maurice Henry Quenouille pada tahun 1949. Quenouille menggunakan metode *jackknife* untuk mengoreksi dan memperkirakan bias dari suatu *estimator* dengan menghapus beberapa observasi sampel. Kemudian, Tukey menggunakan metode *jackknife* untuk membangun interval kepercayaan untuk data yang memiliki variansi yang besar dari suatu *estimator*. Schemper menyarankan metode *jackknife* negatif untuk mengestimasi *skewness* dan membandingkan dengan metode *bootstrap* dengan simulasi Monte Carlo.

Metode *bootstrap* dikenalkan pertama kali oleh Efron tahun 1979. *Bootstrap* merupakan metode berbasis *resampling* data sampel dengan syarat pengembalian data dalam menyelesaikan statistik ukuran sampel dengan harapan sampel tersebut dapat mewakili data populasi sebenarnya. Biasanya ukuran *resampling* diambil ribuan kali agar dapat mewakili data populasinya. Metode *bootstrap* memungkinkan seseorang untuk melakukan inferensi statistik tanpa membuat asumsi distribusi yang kuat dan tidak memerlukan formulasi analitis untuk distribusi sampling suatu *estimator*.

Pada tahun 2015, Hafid telah melakukan penelitian tentang “Interval

Kepercayaan *Skewness* dan Kurtosis Menggunakan *Bootstrap* pada Data Kekuatan Gempa Bumi”. Pada penelitian tersebut menggunakan data gempa bumi dengan kekuatan gempa lebih dari 5 skala *richter* sehingga perlu dilanjutkan dengan skala kekuatan yang lebih besar lagi. Pada penelitian tersebut menggunakan metode *bootstrap* untuk menganalisis lebar interval kepercayaan *skewness* dan kurtosis, sehingga kurang akurat karena masih ada metode *resampling* selain metode *bootstrap*, yaitu metode *jackknife*.

Pada penelitian ini, akan dilakukan estimasi kurtosis dan *skewness* dengan menggunakan metode *jackknife* dan metode *bootstrap* serta menentukan metode yang lebih efisien berdasarkan nilai *mean square error*.

## METODE PENELITIAN

Pengecekan data kekuatan gempa bumi merupakan langkah awal penelitian ini. Dilakukan uji asumsi klasik yaitu uji normalitas dengan menggunakan uji Kolmogorov-Smirnov. Jika nilai  $D_{maks} < k$  maka dapat disimpulkan data berdistribusi normal, tetapi jika nilai  $D_{maks} > k$  maka dapat disimpulkan data tidak berdistribusi normal. Langkah selanjutnya adalah penarikan sampel secara berulang (*resampling*) menggunakan metode *bootstrap* dan metode *jackknife* dengan besaran *resampling* sebesar 50, 100, 200, 500, dan 1000 dengan bantuan program Matlab. Kemudian menghitung nilai estimator, variansi, bias dan *mean square error* dengan menggunakan metode *jackknife* dan metode *bootstrap*.

Langkah-langkah estimasi dengan metode *bootstrap* adalah sebagai berikut [9]:

1. Membentuk distribusi empiris  $F$  yaitu  $\hat{F}_n(x)$  dari suatu sampel dengan

- memberikan peluang sebesar  $\frac{1}{n}$  pada setiap  $x_i$  di mana  $i = 1, 2, 3, \dots, n$
- Menentukan sampel *bootstrap*  $(x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*)$  menurut  $\hat{F}_n(x)$  yang telah ditentukan, diambil sampel *bootstrap* berukuran  $n$  secara *random* dari  $x_i$  dengan pengembalian.
  - Menentukan statistik *bootstrap*  $\hat{\theta}^*$  dari  $(x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*)$  yang diperoleh pada bagian 2
  - Mengulangi langkah 2,3 sebanyak  $B$  kali, untuk  $B$  yang cukup besar. Diperoleh  $\hat{\theta}_1^*, \hat{\theta}_2^*, \dots, \hat{\theta}_B^*$ .
  - Dari hasil *resampling*, dapat dihitung nilai *estimator*

$$\hat{\theta}^* = \frac{\sum_{i=1}^B \hat{\theta}_i^*}{B} \quad (1)$$

Nilai bias

$$bias_{boot} = \hat{\theta}^*(.) - \hat{\theta} \quad (2)$$

Nilai variansi

$$var_{boot} = \sum_{b=1}^B \frac{[\hat{\theta}^*(b) - \hat{\theta}^*(.)]^2}{B-1} \quad (3)$$

dimana

$$\hat{\theta}^*(.) = \frac{\sum_{b=1}^B \hat{\theta}^*(b)}{B}$$

- Menghitung nilai *mean square error bootstrap*

$$mse_{boot} = var_{boot} + (bias_{boot})^2 \quad (4)$$

Selanjutnya adalah langkah-langkah estimasi dengan metode *jackknife* terhapus-1 sebagai berikut:

- Sampel *jackknife* ke- $n$  dinotasikan  $x_n$  adalah sampel asli, dengan menghapus observasi ke- $n$  maka diperoleh  $n$  sampel yang masing-masing berukuran  $n-1$ .

- Hitung nilai statistik  $\hat{\theta}_{(i)}$  yang diminati, seperti *mean*, variansi, koefisien korelasi, dan lain-lain.
- Ulangi langkah 2 hingga pengamatan sampel ke- $n$ .
- Menentukan estimator *jackknife*, yaitu

$$\hat{\theta}_{(.)} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \hat{\theta}_{(i)} \quad (5)$$

Nilai bias

$$bias_{jack} = (n-1)(\hat{\theta}_{(.)} - \hat{\theta}) \quad (6)$$

Nilai variansi

$$var_{jack} = \frac{(n-1)}{n} (\hat{\theta}_{(i)} - \hat{\theta}_{(.)})^2 \quad (7)$$

- Menghitung nilai *mean square error jackknife*

$$mse_{jack} = var_{jack} + (bias_{jack})^2 \quad (8)$$

Tahap selanjutnya adalah menentukan histogram, kurva kepadatan normal, nilai *skewness* dan nilai kurtosis dengan menggunakan metode *jackknife* dan metode *bootstrap*. Langkah terakhir adalah membandingkan nilai *mean square error* dari masing-masing metode, selanjutnya dilakukan penarikan kesimpulan. Paket program yang mendukung dalam penelitian ini adalah *software* Matlab R2015a. Data yang digunakan dalam penelitian ini adalah data kekuatan gempa bumi yang terjadi di Indonesia periode Januari sampai Desember 2020 setiap tanggal 1 sampai 11 dengan ukuran kekuatan gempa lebih besar dari 5 skala *richter* yang diperoleh dari data online Badan Meteorologi Klimatologi dan Geofisika (BMKG) Indonesia.

## I. HASIL DAN PEMBAHASAN

### A. Analisis Data

Estimasi adalah metode untuk memperkirakan taksiran nilai-nilai suatu

populasi dengan menggunakan nilai-nilai sampel statistik. *Estimator* merupakan nilai statistik yang digunakan untuk menduga nilai populasi atau parameter. Dengan *estimator*, maka diketahui seberapa jauh suatu parameter populasi yang tidak diketahui berada di sekitar sampel (statistik sampel). Uji normalitas merupakan asumsi yang fundamental dalam uji statistika. Tidak terpenuhi asumsi kenormalan data akan berpengaruh terhadap resiko salah dalam penarikan kesimpulan. Pada kasus tertentu dijumpai sebaran data yang tidak normal, yaitu terlalu banyak nilai-nilai ekstrim dalam satu set data sehingga menghasilkan distribusi *skewness* dan distribusi kurtosis.

Salah satu metode untuk mengestimasi kurtosis dan *skewness* adalah metode *bootstrap* dan metode *jackknife*. Metode *bootstrap* yaitu teknik *resampling* nonparametrik yang bertujuan untuk menentukan estimasi *mean square error* dari parameter populasi seperti *mean*, *median*, dan sebagainya tanpa memperhatikan asumsi suatu distribusi. Sedangkan metode *jackknife* merupakan teknik *resampling* nonparametrik yang bertujuan untuk menentukan estimasi *mean square error*, *bias*, dan interval kepercayaan dari parameter populasi seperti *mean* dan sebagainya dengan tidak memperhatikan asumsi distribusi yang didasarkan pada penghapusan satu atau sekelompok sampel dari sampel awal, tahap selanjutnya sampel yang telah dihapus tersebut dikembalikan dan dilakukan penghapusan sekelompok sampel sampai semua sampel mendapat kesempatan untuk dihapus.

#### B. Uji Kolmogorov-Smirnov

Data kekuatan gempa bumi di Indonesia tahun 2020 dianalisis uji normalitas. Uji normalitas dapat dilakukan dengan menggunakan uji Kolmogorov smirnov dengan hipotesis:

$H_0$  : Data berdistribusi normal

$H_1$  : Data tidak berdistribusi normal

Kriteria penerimaan  $H_0$  :

Jika nilai  $D_{maks} < k$  maka  $H_0$  diterima

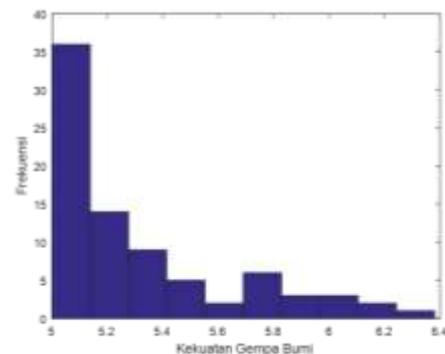
Jika nilai  $D_{maks} > k$  maka  $H_0$  ditolak

Uji normalitas Kolmogorov-Smirnov dapat dilihat pada Tabel berikut ini:

Tabel 1 Uji Kolmogorov-Smirnov

Normalitas	$D_{maks}$	$k$
Kolmogorov-Smirnov Test	0,189775	0,15111

Berdasarkan Tabel 1, dapat dilihat bahwa nilai  $D_{maks} > k$  maka  $H_0$  ditolak, artinya data kekuatan gempa bumi yang terjadi di Indonesia pada tahun 2020 dengan ukuran kekuatan gempa lebih besar dari 5 skala *richter* tidak berdistribusi normal. Selanjutnya dilakukan pengujian normalitas dengan melihat histogram pada Gambar 2 berikut ini:



Gbr. 1 Histogram Kekuatan Gempa Bumi (skala *richter*)

Berdasarkan Gambar 1, dapat dilihat sebaran data menyebar ke arah kanan (*skewness positive*). Karena data kekuatan gempa bumi tidak berdistribusi normal, maka langkah selanjutnya melakukan *resampling* dengan metode *jackknife* dan metode *bootstrap* dengan ukuran *resample* sebesar 50, 100, 200, 500, dan 1000.

#### C. Estimasi Kurtosis dengan Metode Bootstrap

*Resampling bootstrap* dilakukan dengan mengambil sampel dari sampel asli dan dilakukan dengan pengembalian (*resampling with replacement*). Nilai dari sampel asli dapat muncul beberapa kali karena adanya pengembalian sampel sebelum pengambilan kembali sampel berikutnya, sehingga sampel *bootstrap* bisa memiliki beberapa data asli yang terwakili lebih dari sekali atau bahkan tidak terwakili sama sekali. Maka, sampel *bootstrap* bisa sama persis dengan sampel asli atau sama sekali tidak sama dengan sampel aslinya.

*Resample* dengan  $B=50$  berarti simulasi untuk mendapatkan sampel *bootstrap* dilakukan sebanyak 50 dari sampel awal, begitu seterusnya.

TABEL 1  
ESTIMASI KURTOSIS DENGAN  
METODE *BOOTSTRAP*

<i>Bootstrap resample</i>	<i>Estimator</i>	Variansi	Bias	<i>Mean square error</i>
<i>Bootstrap p 50</i>	4,0310	1,4784	0,0361	1,4784
<i>Bootstrap p 100</i>	3,8367	0,5578	0,1683	0,5578
<i>Bootstrap p 200</i>	3,8266	0,2793	0,0145	0,2795
<i>Bootstrap p 500</i>	3,8194	0,1142	-0,0108	0,1145
<i>Bootstrap p 1000</i>	3,8108	0,0591	0,0013	0,0591

Berdasarkan Tabel 1, diperoleh bahwa semakin besar ukuran *resampling* maka nilai *mean square error* akan semakin kecil. Ini dapat dibuktikan dari nilai *mean square error* dengan *resample bootstrap* sebanyak 1000 yaitu 0,0591 yang merupakan nilai MSE terkecil. Pada *resample bootstrap* sebanyak 1000, diperoleh nilai variansi sama dengan nilai *mean square error*. Suatu *estimator* dikatakan tak bias saat *mean square error* merupakan variansi dari *estimator* tersebut. Untuk mengetahui sebaran data kekuatan gempa bumi setelah

dilakukan *resampling* dengan metode *bootstrap*, maka perlu memplot histogram.

Aplikasi MATLAB dapat mem-fitkan histogram (mendekatkan histogram ke distribusi normal) dengan menggunakan syntax `histfit(X,nbins,dist)`.  $X$  menunjukkan data yang digunakan,  $nbins$  menunjukkan jumlah bin dalam histogram, dan  $dist$  menunjukkan distribusi yang diinginkan. Syntax ini bergungsi untuk memplot histogram data menggunakan jumlah bin yang diinginkan dan mendekatkan histogram ke fungsi kepadatan normal.

D. *Estimasi Skewness dengan Metode Bootstrap*

Estimasi *skewness* suatu statistik tidak hanya memberikan ukuran nonparametrik untuk bentuk fungsi distribusi statistik, juga dapat digunakan untuk meningkatkan perkiraan asimtotik untuk distribusi dan batas keyakinan parameter yang diestimasi oleh statistik. Hasil estimasi *skewness* dengan metode *bootstrap* dapat dilihat pada Tabel berikut

TABEL 2  
ESTIMASI SKEWNESS DENGAN  
METODE *BOOTSTRAP*

<i>Bootstrap resample</i>	<i>Estimator</i>	Variansi	Bias	<i>Mean square error</i>
<i>Bootstrap p 50</i>	1,4061	0,1050	-0,0036	0,1050
<i>Bootstrap p 100</i>	1,3380	0,0460	0,0274	0,0468
<i>Bootstrap p 200</i>	1,3205	0,0234	0,0002	0,0234
<i>Bootstrap p 500</i>	1,3155	0,0093	-0,0087	0,0094
<i>Bootstrap p 1000</i>	1,3123	0,0045	-0,0018	0,0045

Berdasarkan Tabel 2, diperoleh bahwa semakin besar ukuran *resampling*, nilai *mean square error* semakin kecil. Ini dapat

dibuktikan dari nilai *mean square error* dengan *resample bootstrap* sebanyak 1000 yaitu 0,0045 yang merupakan nilai MSE terkecil.

Berdasarkan hasil estimasi kurtosis dan *skewness* dengan menggunakan metode *bootstrap*, saat *B* menuju tak hingga diperoleh nilai *mean square error* semakin kecil. Bagus tidaknya suatu hasil taksiran dapat ditinjau melalui *mean square error*-nya. Maka dapat disimpulkan bahwa hasil *estimator* dengan *resample* sebanyak  $B = 1000$  mempunyai nilai *mean square error* terkecil. Semakin banyak ukuran *resample* maka *hasil mean square error* yang diperoleh akan semakin kecil. Efron menyatakan bahwa saat *B* menuju tak terhingga, maka akan menghasilkan estimasi *bootstrap* yang ideal.

#### E. Estimasi Kurtosis dengan Metode Jackknife

Metode *jackknife* merupakan metode estimasi inferensi statistik yang berbasis komputer. Salah satu prinsip metode ini menggunakan komputer dalam membangkitkan data dari sampel asli yang berukuran kecil untuk mendapatkan sampel tiruan. Data hasil analisis *jackknife* digunakan untuk menggantikan data *real* sehingga masalah dunia nyata dapat diselesaikan. Tujuan penggunaan metode *jackknife* adalah untuk memperoleh estimasi sebaik-baiknya berdasarkan data yang minimal dengan bantuan *computer*.

Kurtosis merupakan derajat ketinggian puncak suatu distribusi yang digunakan dalam memberikan gambaran apakah distribusi data cenderung rata atau runcing. Sama dengan metode *bootstrap*, ukuran *resampling* dengan metode *jackknife* juga dilakukan sebanyak 50, 100, 200, 500 dan 1000. Berikut hasil estimasi kurtosis

dengan metode *jackknife* dapat dilihat pada Tabel berikut ini:

TABEL 3  
ESTIMASI KURTOSIS DENGAN  
METODE JACKKNIFE

<i>Jackknife resample</i>	<i>Estimator</i>	Varians	Bias	<i>Mean square error</i>
<i>Jackknife e 50</i>	3,9961	1,5966	0,0592	1,6001
<i>Jackknife e 100</i>	3,6689	0,6176	0,0490	0,6200
<i>Jackknife e 200</i>	4,8121	0,3044	0,0116	0,3046
<i>Jackknife e 500</i>	3,8302	0,1240	0,0057	0,1240
<i>Jackknife e 1000</i>	3,8095	0,0603	0,0027	0,0603

Berdasarkan Tabel 3, diperoleh bahwa semakin banyak ukuran *resampling* maka nilai *mean square error* akan semakin kecil. Ini dapat dibuktikan dari nilai *mean square error* dengan *resample jackknife* sebanyak 1000 yaitu 0,0603 yang merupakan nilai MSE terkecil. Jika nilai *mean square error* kecil, maka semakin baik estimasinya yang dimilikinya.

#### F. Estimasi Skewness dengan Metode Jackknife

*Skewness* merupakan statistik yang digunakan untuk memberikan gambaran distribusi data apakah miring ke kiri, ke kanan atau simetris. Metode *jackknife* pada prinsipnya dilakukan menggunakan *sampling* dari sampel awal  $x$  (berukuran  $n$ ) yang dilakukan secara berulang dengan cara menghilangkan salah satu data sampel sehingga menghasilkan sampel-sampel *jackknife*. Berikut hasil estimasi *skewness* dengan metode *jackknife* dapat dilihat pada Tabel berikut ini:

TABEL 4  
ESTIMASI SKEWNESS DENGAN METODE JACKKNIFE

<i>Jackknife resample</i>	<i>Estimator</i>	Variansi	Bias	<i>Mean square error</i>
<i>Jackknife 50</i>	1,4093	0,1107	-0,0174	0,1110
<i>Jackknife 100</i>	1,3105	0,0500	-0,0032	0,0500
<i>Jackknife 200</i>	1,3203	0,0247	-0,0044	0,0247
<i>Jackknife 500</i>	1,3242	0,0099	-0,0015	0,0099
<i>Jackknife 1000</i>	1,3141	0,0049	-0,0007	0,0049

Berdasarkan Tabel 4, diperoleh bahwa semakin besar ukuran *resampling* maka nilai *mean square error* akan semakin kecil. Ini dapat dibuktikan dari nilai *mean square error* dengan *resample jackknife* sebanyak 1000 yaitu 0,0049 yang merupakan nilai MSE terkecil.

#### KESIMPULAN DAN SARAN

Estimasi *skewness* dan kurtosis dengan metode *jackknife* dan *bootstrap*, diperoleh hasil bahwa metode *bootstrap* dapat mereduksi nilai *skewness* dan nilai kurtosis. Ini dapat dilihat dari semakin besar ukuran *resampling* yang dilakukan, nilai *skewness* semakin mendekati 0 dan nilai kurtosis semakin mendekati 3.

Keakuratan suatu *estimator*  $\hat{\theta}$  yang menyimpang dari nilai parameter  $\theta$  dapat dilihat dengan nilai *mean square error*. Sedangkan konsistensi suatu *estimator* sangat diperlukan untuk menjamin bahwa *estimator*  $\hat{\theta}$  mendekati parameter  $\theta$  yang sebenarnya.

Metode *bootstrap* mampu memberikan hasil *estimator* yang lebih baik dibandingkan metode *jackknife* karena metode *bootstrap* menghasilkan nilai *mean square error* yang lebih kecil dibandingkan metode *jackknife*. Sehingga metode *bootstrap* lebih efisien dibandingkan metode *jackknife*.

Penelitian selanjutnya dapat dilakukan dengan menggunakan data kekuatan gempa

bumi yang lebih besar dari 5 skala *richter* dan menggunakan software selain Matlab, seperti R, SAS, S-Plus, dan lain-lain. Penelitian ini juga dapat dikembangkan dengan menganalisis data *skewness negative* dan data yang memiliki keruncingan platikurtik menggunakan metode *jackknife* dan metode *bootstrap*.

#### DAFTAR PUSTAKA

- [1] Jerome, G. dan B. M. Golam Kibria, (2018): *Inference about the Population Kurtosis with Confidence: Parametric and Bootstrap Approaches*, International Journal of Statistics in Medical Research, 7(3), 77–87.
- [2] Tu, D. dan L. Zhang, (1992): *On The Estimation of Skewness of a Statistic Using The Jackknife and The Bootstrap*, 33, 39–56
- [3] Wackerly, Dennis D., William M. dan Richard L. S., (1981): *Mathematical Statistics with Applications*, seventh edition, Duxbury Press, Boston.
- [4] Solimun, A. A. R. F. dan N., (2017): *Metode Statistika Multivariat: Pemodelan Persamaan structural(SEM) pendekatan WarpPLS*, UB Press, Malang.
- [5] Ma'unah, S., Scolastika M. dan Sugiman, (2017): *Estimasi Skewness (Kemiringan) Dengan Menggunakan*

Metode Bootstrap Dan Metode Jackknife, 6(2), 144–152.

- [6] Schemper, M., (1987): *Nonparametric Estimation of Variance, Skewness and Kurtosis of The Distribution of a Statistic by Jackknife and Bootstrap Techniques*, Statistica Neerlandica, 41, 59–64.
- [7] DiCiccio, Thomas dan Efron Bradley, (1996): *Bootstrap Confidence Intervals*, Statistical Science, 11, 189–212.
- [8] Hafid, H., Anisa dan Islamiyati A., (2015): *Interval Kepercayaan Skewness dan Kurtosis Menggunakan Bootstrap pada Data Kekuatan Gempa Bumi*, 1–9.
- [9] Efron, B. dan Tibshirani R. J., (1993): *An Introduction to the Bootstrap*, Chapman and Hall/CRC, New York.