KARISMATIKA p-ISSN : 2443 – 0366
VOL. 4 NO. 3 DESEMBER 2018 e-ISSN : 2528 -- 0279

BARISAN JUMLAH BILANGAN PADA BIDANG ALAS SETIAP TINGKAT HEPTAGONAL

Novelia[1], Mashadi[2], Sri Gemawati[3]

[1]FMIPA Universias Riau, SMA Mutu PKU,lia.novel@yahoo.com
[2]FMIPA Universias Riau, Mashadi.mat@gmail.com
[3]FMIPA Universias Riau, Gemawati.sri@gmail.com

ABSTRACT

The sequence of base plane on the heptagonal is the sum of elements on the base of each heptagonal pyramid level. In this paper will be constructed the form of the base sequence of each heptagonal by using a pattern of sequences formed on the base sequence tetrahedron, pyramid, pentagonal pyramid or hexagonal pyramid.

Key words:*Sequence of base plane, heptagonal pyramid.*

ABSTRAK

Barisan bidang alas pada heptagonal adalah jumlah bilangan pada alas setiap tingkat piramida heptagonal. Dalam tulisan ini akan dikonstruksi bentuk barisan alas dari piramida heptagonal dengan menggunakan pola barisan yang terbentuk pada barisan bidang alas tetrahedron, piramida, piramida pentagonal dan piramida hexagonal.

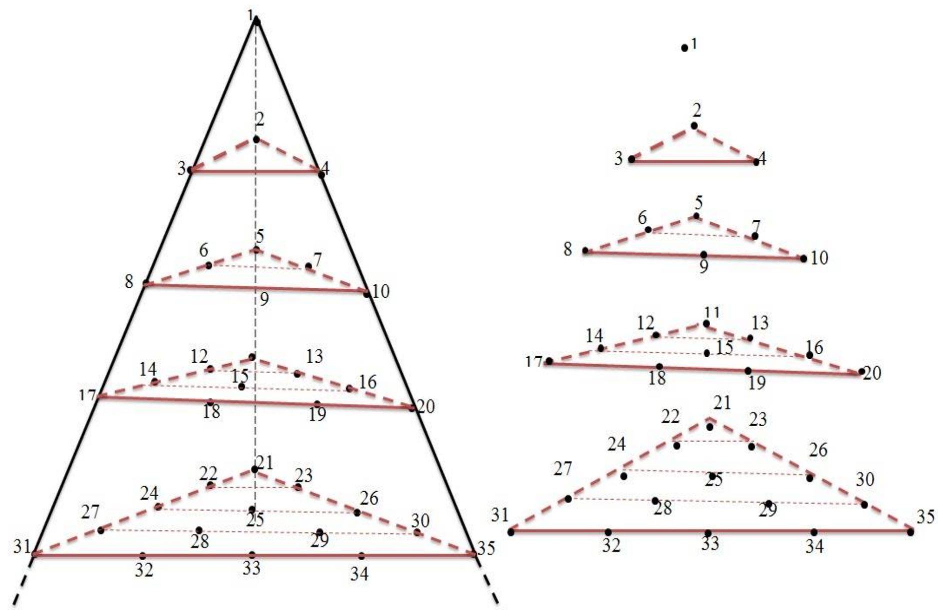
Kata kunci:*Barisan bidang alas, piramida heptagonal.*

1. PENDAHULUAN

Barisan bilangan telah dibahas dalam berbagai buku teks baik ditingkat sekolah menengah atas maupun jenjang yang lebih tinggi [1, 4, dan 5]. Barisanbilangan merupakan suatu susunan bilangan yang dibentuk menurut suatu urutan dan aturan tertentu. Urutan tertentu yang dimaksud adalah urutan atau suku pertama u_1, suku kedua u_2, suku ketiga u_3, dan seterusnya sampai suku ke-n u_n. Aturan tertentu yang dimaksud adalah perubahan di antara suku suku berurutan yang ditentukan oleh penjumlahan atau suatu kelipatan bilangan tertentu. Pada bilangan real, suatu barisan dapat didefenisikan sebagai suatu fungsi dengan domainnya adalah himpunan bilangan asli $N = (1,2,3, \ldots)$ dengan daerah hasil di dalam himpunan bilangan real [1, 2, 4, dan 5].

p-ISSN : 2443 – 0366
e-ISSN : 2528 -- 0279

Saat ini telah banyak artikel yang membahas tentang barisan bidang alas pada tetrahedron, piramida, pentagonal dan hexagonal [9, 10, 11, dan 12]. Barisantetrahedron membahas tentang beberapa barisan yang dapat dibentuk dari susunan bilangan bulat pada tiga dimensi tetrahedron. Menurut [9] barisan tetrahedron diperoleh dengan menggunakan sketsa pada gambar 1:



Gambar 1: Barisan tetrahedron

Berdasarkan Gambar 1dapat diperoleh barisan bidang alas tetrahedron yaitu denganmenjumlahkan elemen-elemen yang terdapat pada alas setiap tingkat piramida. Misalnya pada tingkat satu nilainya 1, pada tingkat dua nilainya 2+3+4= 9, pada tingkat tiga nilainya 5+6+7+8+9+10= 45 dan seterusnya. Sehingga diperoleh barisan bidang alas pada tetrahedron adalah:

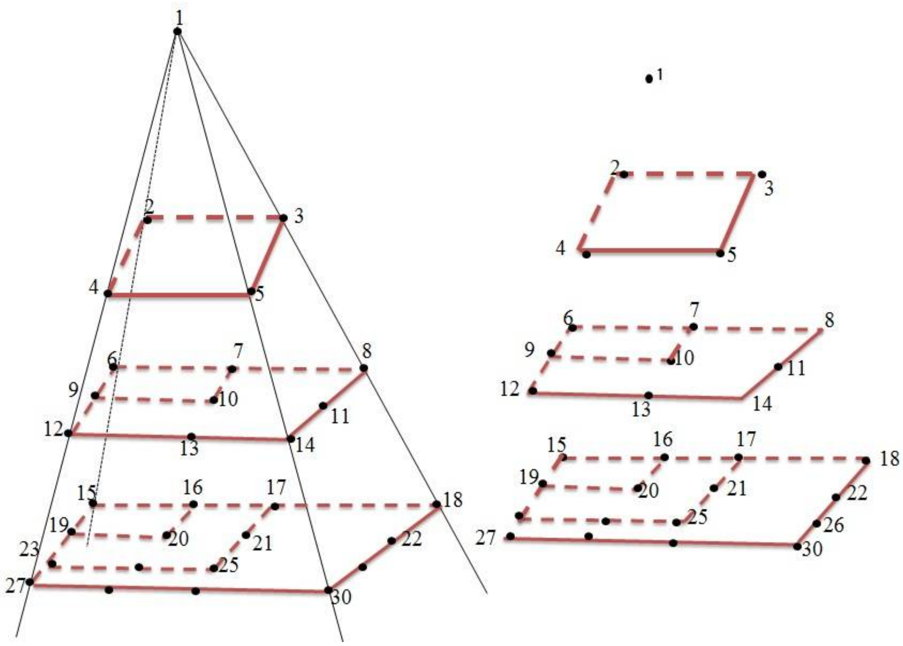
$$1, 9, 45, 155, 420, 966, \ldots \qquad (1)$$

Barisan pada persamaan (1) dapat dinyatakan dalam bentuk umum suku ke-*n* *(U_n)* adalah:

$$U_n : \frac{1}{24} n(n+1)(n+2)(2n^2 - n + 3)$$

Selanjutnya [9] melakukan cara yang sama seperti artikel sebelumnya dalam menemukan beberapa barisan baru dari susunan bilangan bulat yang diperoleh darijumlah elemen-elemen yang terdapat pada bidang alas setiap tingkat piramida atau limas segi empat dengan menggunakan sketsa berikut:

p-ISSN : 2443 – 0366
e-ISSN : 2528 -- 0279



Gambar 2: Barisan piramida

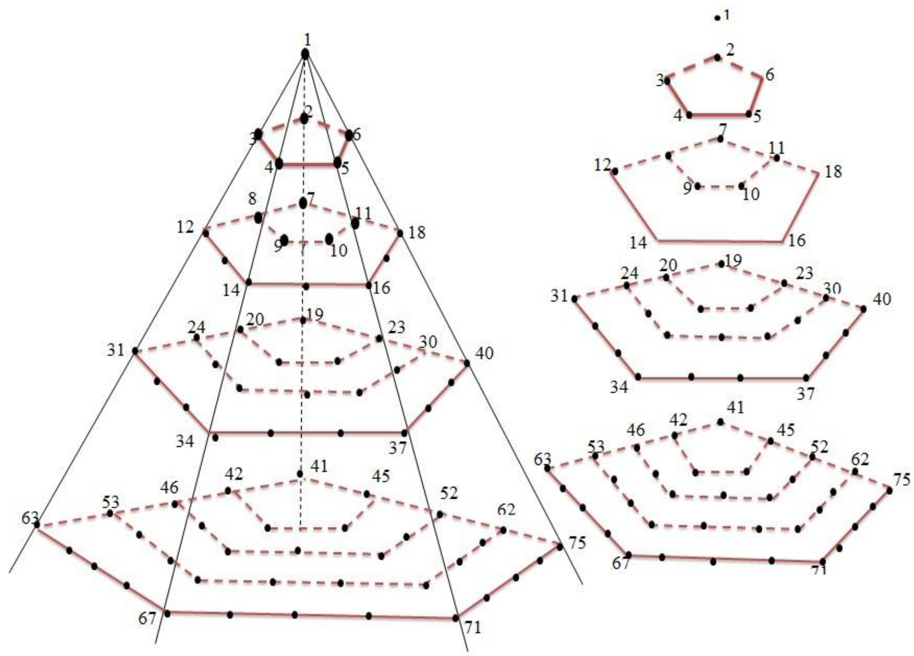
Dengan menjumlahkan elemen-elemen pada setiap tingkat bidang alas pada Gambar 2 yaitu tingkat satu 1, tingkat dua 2+3+4+5= 14, tingkat tiga 6+7+8+9+10+11+12+13+14= 90 dan seterusya. Sehinggadiperoleh barisan bidang alas pada piramida persegi [10] sebagai berikut:

$$1, 14, 90, 360, 1075, 2646, \ldots . \qquad (2)$$

Barisan pada persamaan (2) dapat dinyatakan dalam bentuk suku ke-*n* (u_n) adalah:

$$U_n : \frac{1}{6} n^2 (n+1)(2n^2 - 2n + 3)$$

Kemudian setelah setelah tiga tahun,[11] melanjutkan kembali tulisannya tentang barisan yang dapat dibentuk dari susunan bilangan bulat piramida pentagonal. Barisan pentagonal diperoleh dengan memperhatikan sketsa Gambar 3 berikut:



Gambar 3: Barisan Piramida Pentagonal

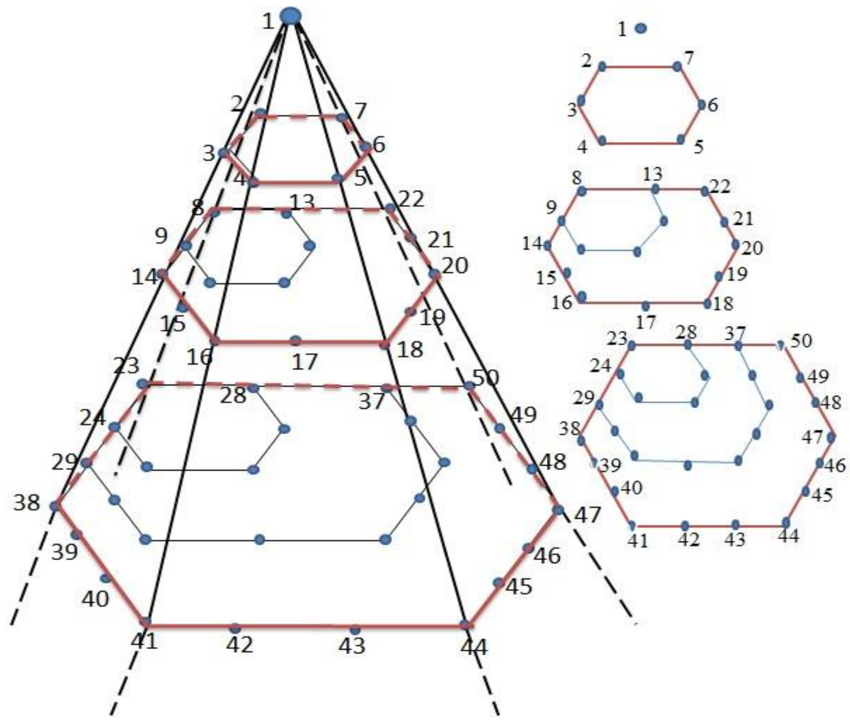
Berdasarkan Gambar 3 diperoleh barisan bidang alas piramida pentagonal yaitu dengan menjumlahkan elemen-elemen pada setiap tingkat piramida pentagonal. Misalnya pada tingkat 1 nilainya 1, pada tigkat dua nilainya 2+3+4+5+6=20, pada tingkat tiga nilainya diperoleh dengan menjumlahkan angka 7 sampai 18 dengan hasilnya adalah 150. Sehingga diperoleh barisan bidang alas pada piramida pentagonal adalah:

$$1, 20, 150, 649, 2030, 5151, \dots \quad (3)$$

Barisan pada persamaan (3) dapat dinyatakan dalam bentuk suku ke-*n* u_n adalah :

$$U_n : \frac{1}{8} n(3n-1)(2n^3 - n^2 + n + 2)$$

Dengan menggunakan cara yang sama seperti padatetrahedron, piramida dan pentagonal [10, 11, dan 12] yaitu dengan memperhatikan sketsa pada piramida hexagonal, maka diperoleh barisan-barisan pada piramidahexagonal dengan menjumlahkan elemen-elemen setiap tingkat pada piramida hexagonal.



Gambar 4: Barisan Piramida Hexagonal

Berdasarkan Gambar 4 diperoleh nilai pada tingkat satu adalah 1, pada tingkat dua nilainya diperoleh dengan menjumlahkan angka 2 sampai 7 dengan hasilnya adalah 27, pada tingkat tiga nilainya diperoleh dengan menjumlahkan angka 8 sampai 22 dengan hasilnya adalah 225. Sehingga diperoleh barisan bidang alas pada piramida hexagonal adalah:

$$1, 27, 225, 1022, 3285, 8481, \ldots . \quad (4)$$

Barisan pada persamaan(4) dapat dinyatakan dalam bentuk suku ke-*n*(U_n) adalah:

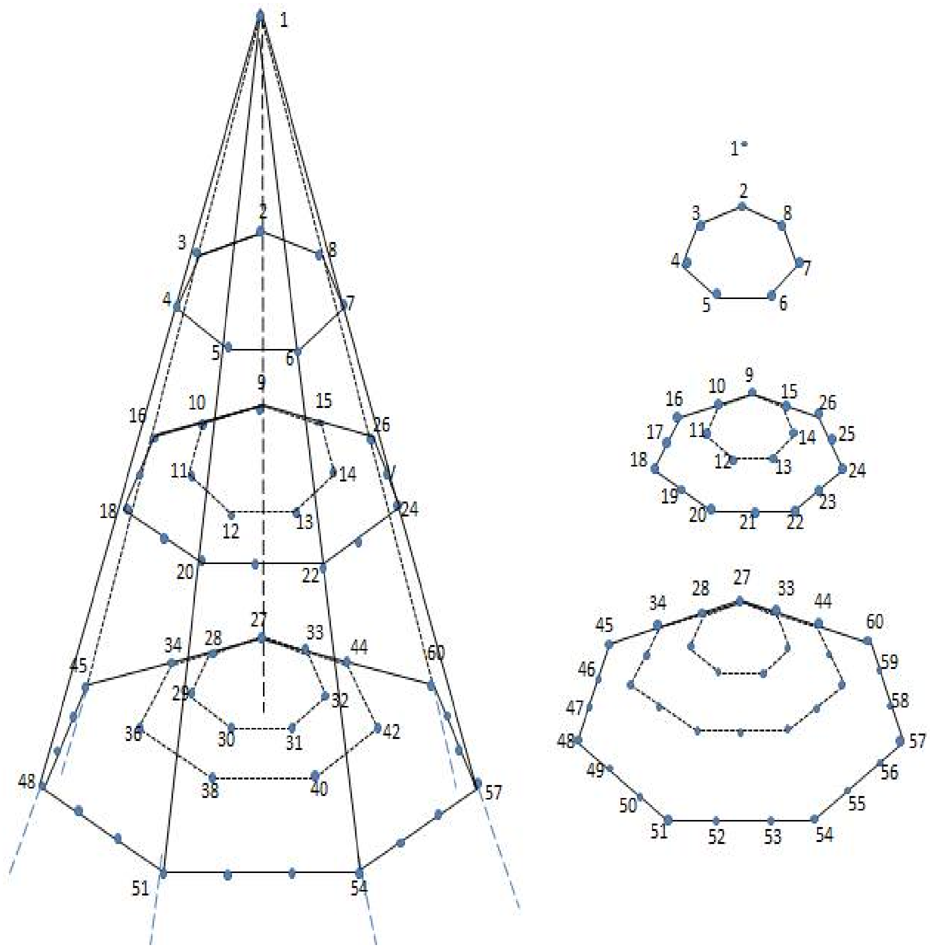
$$U_n : \frac{1}{6} n(2n-1)(4n^3 - 3n^2 + 2n + 3)$$

Selanjutnya pada tahun 2018, [6] melanjutkan tulisan [9, 10, 11, dan 12] yaitu pembahasan tentang barisan sudut pada piramida heptagonal. Dalam tulisannya,[6] memperoleh barisan sudut pada piramida heptagonal dan barisan sudut yang diperoleh ditemukan pula rumus umum suku ke-*n* nya.

Berdasarkan uraian diatas dari [6, 9,10,11, dan 12] maka penulis akan membahas barisan jumlah bilangan pada bidang alas setiap tingkat piramida pada piramida heptagonal. Dalam tulisan ini dilakukan dengan cara melihat pola barisan yang terbentuk pada barisan bidang alas tetrahedron, piramida, piramida pentagonal atau piramida hexagonal untuk menentukan bentuk umum suku ke-*n*barisan bidang alas piramida heptagonal.

2. Barisan Bidang Alas Piramida Heptagonal

Barisan bidang alas pada piramida heptagonal dapat diperoleh dengan memperhatikan sketsa grafik piramida heptagonalpada Gambar 5.



Gambar 5: Barisan Piramida Heptagonal

Berdasarkan Gambar 5 diperoleh barisan bidang alas piramida heptagonal dengan menjumlahkan elemen-elemen pada setiap tingkat piramida heptagonal. Tingkat 1 merupakan suku pertama dengan nilainya adalah 1, tingkat kedua merupakan suku kedua yaitu dengan menjumlahkan angka 2 sampai 8 dengan hasilnya adalah 35, tingkat ketiga merupakan suku ketiga yaitu dengan menjumlahkan angka 9 sampai 26 dengan hasilnya adalah 315, dan seterusnya. Sehingga diperoleh barisan bidang alas pada piramida heptagonal adalah:

1, 35, 315, 1479, 4840, 12636, ... (5)

Barisan pada persamaan (5) dapat dinyatakan dalam bentuk umum suku ke-*n* (U_n) adalah:

$$Un = \frac{50n^5 - 75n^4 + 52n^3 + 15n^2 - 18n}{24}$$

Selanjutnya untuk menentukan jumlah *n* buah suku pada piramida heptagonal dapat dinyatakan dalam bentuk Teorema 3.1.

Teorema 3.1(Deret Bidang Alas piramida Heptagonal) Untuk deret bidang alas pada piramida heptagonal, menentukan jumlah *n* buah suku dapat dinyatakan dalam bentuk:

$$1+35+315+1479+4840+ \ldots + \frac{(50n^5 - 75n^4 + 52n^3 + 15n^2 - 18n)}{24}$$

$$= -\frac{1}{6}n + \frac{11}{36}n^2 + \frac{1}{4}n^3 - \frac{11}{72}n^4 + \frac{5}{12}n^5 + \frac{25}{72}n^6$$

Bukti. Teorema ini dibuktikan dengan menggunakan induksi matematika.

(i) Pernyataan Sn akan dibuktikan benar untuk *n*=1 yaitu

$$Sn = -\frac{1}{6}n + \frac{11}{36}n^2 + \frac{1}{4}n^3 - \frac{11}{72}n^4 + \frac{5}{12}n^5 + \frac{25}{72}n^6$$

$$S_1 = \frac{1}{6}(1) + \frac{11}{36}(1)^2 + \frac{1}{4}(1)^3 - \frac{11}{72}(1)^4 + \frac{5}{12}(1)^5 + \frac{25}{72}(1)^6$$

$$S_1 = -\frac{1}{6} + \frac{11}{36} + \frac{1}{4} - \frac{11}{72} + \frac{5}{12} + \frac{25}{72}$$

$$S_1 = 1$$

(ii) Selanjutnya dengan asumsi bahwa benar untuk *n*=*k*, yaitu

$$1+9+45+155+420+ \ldots + \frac{(50k^5 - 75k^4 + 52k^3 + 15k^2 - 18k)^6}{24}$$

$$= -\frac{1}{6}k + \frac{11}{36}k^2 + \frac{1}{4}k^3 - \frac{11}{72}k^4 + \frac{5}{12}k^5 + \frac{25}{72}k$$

Akan dibuktikan benar untuk *n=k+1*, lalu

$$1 + 9 + 45 + 155 + 420 + \ldots \frac{(50k^5 - 75k^4 + 52k^3 + 15k^2 - 18k)}{24}$$
$$+ \frac{(50(k+1)^5 - 75(k+1)^4 + 52(k+1)^3 + 15(k+1)^2 - 18(k+1))}{24}$$
$$= -\frac{1}{6}(k) + \frac{11}{36}(k)^2 + \frac{1}{4}(k)^3 - \frac{11}{72}(k)^4 + \frac{5}{12}(k)^5 + \frac{25}{72}(k)^6$$
$$+ \frac{(50(k+1)^5 - 75(k+1)^4 + 52(k+1)^3 + 15(k+1)^2 - 18(k+1))}{24}$$
$$= -\frac{1}{6}(k) + \frac{11}{36}(k)^2 + \frac{1}{4}(k)^3 - \frac{11}{72}(k)^4 + \frac{5}{12}(k)^5 + \frac{25}{72}(k)^6$$
$$+ \frac{150}{72}(k^5 + 5k^4 + 10k^3 + 10k^2 + 5k + 1) - \frac{225}{72}(k^4 + 4k^3 + 6k^2 + 4k + 1)$$
$$+ \frac{156}{72}(k^3 + 3k^2 + 3k + 1) + \frac{45}{72}(k^2 + 2k + 1) - \frac{54}{72}(k - 1)$$
$$= \frac{1}{72}(25k^6 + 30k^5 + 150k^5 - 11k^4 + 750k^4 - 225k^4 + 18k^3 + 1500k^3 + 156k^3$$
$$+ 22k^2 + 1500k^2 - 1350k^2 + 468k^2 + 45k^2 - 12k + 750k - 900k + 468k + 90k$$
$$- 54k + 150 - 225 + 156 + 45 - 54)$$
$$= -\frac{1}{6}(k+1) + \frac{11}{36}(k+1)^2 + \frac{1}{4}(k+1)^3 - \frac{11}{72}(k+1)^4 + \frac{5}{12}(k+1)^5 + \frac{25}{72}(k+1)^6$$

Pernyataan benar sehingga dapat disimpulkan bahwa pernyataan benar untuk setiap bilangan bulat positif *n*.

3. KESIMPULAN

Hasil yang diperoleh adalah proses untuk mendapatkanbarisan bidangalas setiap tingkat piramida heptagonaldengan memperhatikan sketsa dan selanjutnya barisan yang diperoleh ditentukan rumus umum suku ke-*n* nya serta ditentukan jumlah *n* buah suku nya.

REFERENSI

[1] A. G. Aksoy and M. A. Khamsi. (2010). *A Problem Book in Real Analysis,* Springer, New York.

[2] Azrida Yeni, Mashadi, dan Gemawati S. (2014). Barisan Bertingkat.*Prosiding Seminar Nasional dan Kongres IndoMS wilayah Sumatera Bagian Tengah FMIPA Universitas Riau,* 12-21 .

[3] E. D. Bloch. (2011). *The Real Number and the Real Analysis,* Springer, New York.

[4] Mashadi dan Abdul Hadi. (2017). *Analisis I.* UR Press, Pekanbaru.

[5] M. H. Potter. (1998). *Basic Element of Real Analysis,* Springer-Verlag, New York.

[6] N. H. S. Putri, Mashadi, and Gemawati S. Sequences from Heptagonal Pyramid Corners of Integer, *International Mathematical Forum,* 13; 193-200.

[7] N. J. A. Sloane. 2000. "On-Line Encyclopedia of Integer Sequences. "From The On-Line Encyclopedia of Integer Sequences Foundation Incorporation. http://www.research.att.com/‘njas/sequences/index.html. Diakses 10 januari 2018, pkl.10.30.

[8] R. G. Bartle and D. R. Shebert.(1999). Introduction to Real Analysis, *3rd Edition, John Wiley and Sons,* New York.

[9] T.A.Gulliver. (2006). Sequences from integer tetrahedrons, *International Mathematical Forum,* 1; 517-521.

[10] T.A.Gulliver. (2007). Sequences from Pyramids of Integers, *Inernational Journal of Pure and Applied Mathematics,* 36; 161-165.

[11] T.A.Gulliver. (2010). Sequences from Pentagonal Pyramids of Integers, *International Mathematical Forum,* 5;621-628.

[12] T.A.Gulliver. (2011). Sequences from Hexagonal Pyramids of Integers,*International Mathematical Forum,*6;821-827.

[13] D. Andriani. (2018). *Barisan Sisi Alas Pada Piramida Heptagonal.*(Submitted Karismatika Unimed).