KARISMATIKA – ISSN : 2443 – 0366
TAHUN 1 VOL. 1 NO. 2 AGUDTUS 2015

PENGGUNAAN GROUP, ALGORITHM, AND PROGRAMMING (GAP) DALAM PEMBELAJARAN GRUP KUOSIEN

Sisilia Sylviani[1], Ema Carnia[1], Isah Aisah[1]

[1]Jurusan Matematika, Fakultas MIPA, Universitas Padjadjaran
Jl. Raya Bandung Sumedang KM 21 Jatinangor Sumedang 45363
Email: sisilia.sylviani@gmail.com

ABSTRAK

Pada paper ini akan dibahas suatu alternative metode pembelajaran yang dapat digunakan dalam menyampaikan materi Grup Kuosien/ Grup Faktor pada matakuliah Struktur Aljabar. Grup Kuosien sebagai salah satu materi dalam Struktur Aljabar sering kali dirasakan sulit oleh sebagian besar mahasiswa S1 Jurusan Matematika. Untuk itu, diperlukan suatu metoda pembelajaran yang dapat memudahkan mahasiswa untuk memahami materi tersebut. Salah satu alternatif yang dapat dilakukan adalah dengan menggunakan software GAP (Group, Algorithm, and Programming) sebagai alat bantú dalam mempelajar imateri Grup Kuosien. GAP dapat membuat penyajian konsep grup kuosien menjadi lebih menarik. Sehingga, diharapkan dapat lebih memudahkan mahasiswa untuk memahami konsep Grup Kuosien.
***Keywords**: Grup Kuosien, Group algorithm and programming, Struktur Aljabar*

ABSTRACT

This paper will discuss an alternative method of learning which can be used in presenting the Quotient Group/ Factor Group material in Abstract Algebra course. Quotient group as one of the materials in Abstract Algebra is often perceived difficult by most of undergraduate mathematics students. For that, we need a method of learning which can facilitate the students to understand the material. One of the alternatives that can be done is by using GAP (Group, Algorithm, and programming) software as a tool in studying the quotient group material. GAP can make a presentation of the quotient group concept becomes more attractive. Thus, it can be easier for students to understand the concept of quotient group.
***Keywords**: Quotient Group, Group Algorithm And Programming, Abstract Algebra*

PENDAHULUAN

Struktur Aljabar (atau terkadang ada juga yang menggunakan istilah Aljabar Abstrak) merupakan salah satu matakuliah dalam kurikulumJurusan atau Program Studi S1 Matematika di semua Perguruan Tinggi di Indonesia. Sehingga mahasiswa Jurusan atau Program Studi S1 Matematika wajib mengambil matakuliah tersebut. Salah satu materi yang dipelajari dalam matakuliah Struktur Aljabar adalah Grup Kuosien atau dikenal juga dengan istilah Grup Faktor.

Kesulitan mahasiswa dalam menerima dan memahami materi tersebut merupakan suatu hal yang sering ditemui oleh para pengajar. Terdapat beberapa hal yang menjadi penyebab terjadinya hal tersebut. Dari sisi mahasiswa, kesulitan Aljabar Abstrak misalnya disebabkan oleh: (1) konsep-konsep dalam Aljabar Abstrak sangat abstrak, (2) banyak contoh-contoh yang berkenaan dengan konsep, tidak dikenali dengan baik oleh mahasiswa, (3) banyak mahasiswa yang belum terbiasa dengan pembuktian deduktif [5].

Asiala, et al (1997) mengemukakan bahwa pada umumnya mahasiswa menghadapi kesulitan untuk memahami konsep himpunan yang anggota-anggotanya berupa himpunan. Orit Hazzan [3], dalam papernya (1999) yang berjudul "Reducing Abstraction Level When Learning Abstract Algebra Concepts", juga menyebutkan bahwa banyak diantara pengajar Struktur Aljabar yang melaporkan kesulitan siswa dalam memahami materi yang mereka sampaikan. Pada tahun 1994, Dubinsky, Dautermann, Leron, dan Zazkis, pada papernya yang berjudul Learning Concepts of Group Theory, mengutarakan bahwa kesulitan yang besar mulai ditemui oleh mahasiswa pada konsep yang mengarah pada Teorema Lagrange dan grup kuosien –koset, perkalian koset, dan subgrup normal.

Beragam upaya dilakukan untuk membantu mahasiswa dalam memahami materi tersebut. Upaya tersebut antara lain, diadakannya tutorial, serta menjelaskan materi Grup Kuosien secara detail disertai dengan contoh-contoh yang lebih riil. Banyak peneliti yang telah melakukan penelitian untuk mengembangkan pengajaran materi-materi Struktur Aljabar. Brown (1990), Kiltinen dan Mansfield (1990), Czerwinski (1994), serta Leganza (1995), mereka semua memberikan contoh-contoh tugas Struktur Aljabar yang spesifik kepada siswa dan meneliti respon yang diberikan oleh siswa. Dubinsky, Dautermann, Leron dan Zazkis, pada tahun 1994, melakukan suatu penelitian tentang pengembangan pembelajaran beberapa topik dalam Struktur Aljabar, termasuk koset, kenormalan, dan grup kuosien. Pada tahun 1997, Asiala, Dubinsky, Mathews, dan Morics melakukan penelitian yang berkonsentrasi pada pengembangan pemahaman siswa dalam materi koset, kenormalan, dan grup kuosien [2].

Ellis Salsabila, dkk. (2015) melakukan upaya membantu mahasiswa dalam memahami materi struktur aljabar elalui pembekalan pemahaman teknik-teknik pembuktian matematika secara eksplisit di awal perkuliahan bersamaan dengan penerapan strategi Abduktif-Deduktif.

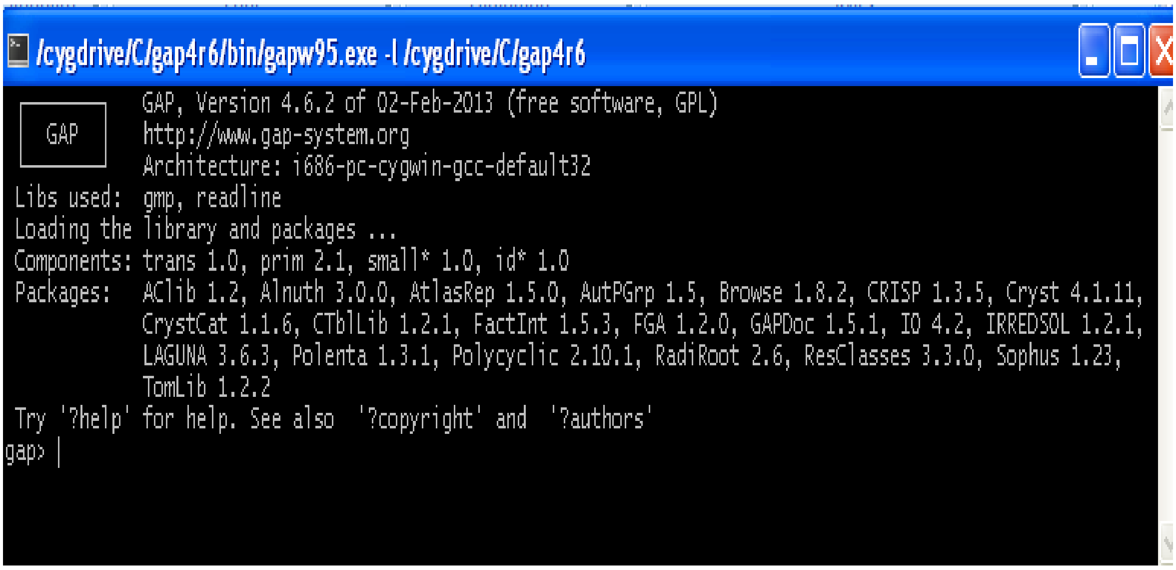
Beberapa peneliti ada yang telah menggunakan bahasa pemrograman untuk mengajarkan materi Struktur Aljabar. Sebagai contoh, pada tahun 1976 Gallian menggunakan program komputer yang ditulis dalam bahasa pemrograman Fortran untuk menyelidiki grup hingga. Selain itu, ada juga peneliti yang menggunakan *Exploring Small Groups* (Geissinger, 1989), dan CAYLEY (O' Bryan & Sherman, 1992). Pada tahun 1996 Makiw juga menggunakan paket *software* yang bukan dikhususkan untuk komputasi Struktur Aljabar, seperti Matlab. Dubinsky dan Leron (1994) menggunakan bantuan program ISETL (Interactive SET Language) untuk mengajar Struktur Aljabar. Namun, seiring perkembangan zaman, penggunaan ISETL dirasakan kurang efektif . Hal tersebut dikarenakan program tersebut memiliki banyak keterbatasan dalam hal fungsi-fungsi yang dimilikinya. Hal lain yang menjadikan penggunaan ISETL kurang efektif adalah ISETL merupakan program yang didesain khusus untuk pengajaran, sehingga tidak dapat digunakan untuk kepentingan penelitian. Selain itu, pada saat mengajar Struktur Aljabar sebaiknya pengajar berpikir bahwa siswa S1 yang dididik akan menjadi siswa S2 di masa depan, sehingga lebih baik membekali mereka dengan alat yang dapat mereka gunakan untuk riset di masa yang akan datang.

Dalam paper ini, untuk menyelesaikan permasalahan yang sama, akan digunakan *software* GAP sebagai alat bantu pembelajaran konsep Grup Kuosien pada mahasiswa S1 di kelas Struktur Aljabar. Peran *software* GAP untuk memperdalam pemahaman mahasiswa khususnya terhadap materi Grup Kuosien, juga dibahas dalam paper ini.

Software GAP merupakan *software* yang digunakan untuk komputasi Struktur Aljabar. Dibandingkan dengan ISETL, GAP memiliki banyak kelebihan. Selain GAP sebagai alat bantu dalam pengajaran materi Struktur Aljabar, GAP juga dapat digunakan untuk kepentingan riset. Kelebihan GAP yang lain adalah *software* ini masih terus dikembangkan hingga sekarang.

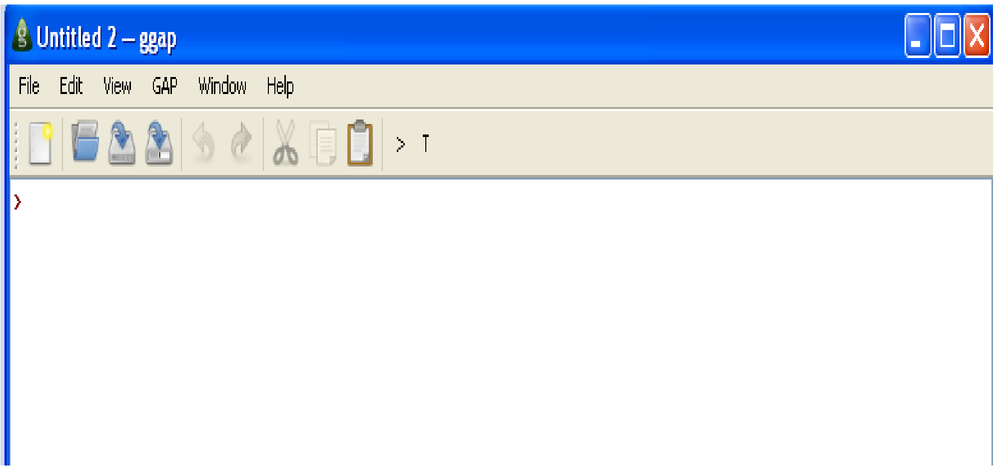
2. TENTANG GAP

GAP merupakan singkatan dari *Group, Algorithm, and Programming*. Paket *Software* GAP bersifat gratis, terbuka, dan *extensible* yang digunakan untuk komputasi pada Struktur Aljabar. GAP pertama kali dikembangkan pada tahun 1985 di Lehrstuhl D für Mathematik, RWTH Aachen Jerman oleh Joachim Neubüser, Johannes Meier, Alice Niemayer, Werner Nickel, dan Martin Schönert. Versi pertama GAP yang diperkenalkan pada publik adalah versi 2.4 yang dirilis pada tahun 1988. Kemudian, pada tahun 1997 koordinasi pengembangan GAP dipindahkan ke St. Andrews, Scotlandia. Pada tahun 2008 GAP mendapatkan penghargaan dari The ACM/SIGSAM Richard Dimick Jenks Memorial Prize sebagai *software* teknik yang unggul untuk komputasi aljabar. Hingga kini GAP masih terus dikembangkan di University of St. Andrews, di St. Andrews, Scotlandia. Versi GAP yang terbaru adalah 4.7.8 yang dirilis pada 9 Juni 2015[6].



Gambar 1.Tampilan antar muka pengguna GAP 4.7.2

Alexander Hulpke mengembangkan *installer* GAP versi 4.4.12. *Installer* tersebut akan menginstall GAP dan juga GGAP, suatu "graphical user interface" untuk sistem. Gambar 2 memperlihatkan tampilan antara muka GGAP.



Gambar 2. Tampilan antar muka pengguna GGAP

Walaupun tampilan GGAP lebih nyaman untuk dilihat, namun GGAP masih menggunakan GAP versi 4.4. Oleh karena itu, walaupun GGAP masih dapat digunakan untuk melaksanakan beberapa perintah tertentu, namun penggunaan GAP versi 4.7.8 lebih disarankan.

GAP memiliki kurang lebih 100 *packages* yang berfungsi sebagai algoritma, metode, atau *library*. Dari sudut pandang pemrograman,*software* ini memiliki banyak "fungsi" dan "operasi". Saat ini GAP sudah memiliki lebih dari 800 "fungsi" bawaan yang dapat digunakan untuk mempelajari topik-topik dalam aljabar. Oleh karena itu, GAP dapat digunakan untuk menyediakan banyak contoh, mulai dari contoh yang sederhana hingga kompleks dalam waktu yang relatif singkat dibandingkan mencarinya secara manual.

GAP merupakan sistem yang interaktif dan didasarkan pada pengulangan perintah "baca-evaluasi-cetak". Sistem GAP mengambil input yang diberikan oleh pengguna, yang diberikan dalam bentuk teks, kemudian mengevaluasi input tersebut dan kemudian mencetak hasil evaluasi dari input tersebut, A. Hulpke [1]

Sifat interaktif dari GAP memungkinkan pengguna untuk menulis suatu ekspresi atau perintah dan langsung melihat hasil dari perintah tersebut. Pengguna juga dapat mendefinisikan suatu fungsi baru dan mengaplikasikannya pada suatu argumen untuk melihat bagaimana fungsi tersebut bekerja, The GAP Group [6].

3. SEKILAS TENTANG GRUP KUOSIEN

Sebelum membahas tentang grup kuosien, terlebih dahulu akan dibahas tentang definisi dari grup.

Definisi 1. Suatu Grup $(G, *)$ adalah himpunan Gyang tertutup terhadap operasi biner *, sedemikian hingga aksioma-aksioma berikut terpenuhi:

1. Untuk setiap a, b, dan c anggota G berlaku $(a*b)*c=a*(b*c)$.
2. Terdapat elemen e di G sedemikian hingga untuk setiap x anggota G berlaku $e*x=x*e=x$.
   (e merupakan elemen identitas di G untuk operasi *)
3. Untuk setiap a anggota G, terdapat a' yang merupakan anggota G juga sehingga berlaku
   $a*a'=a'*a=e$.[4]

Sedangkan definisi dari subgrup adalah sebagai berikut:

Definisi 2. Misalkan H adalah subhimpunan dari grup *G*. Jika H juga merupakan grup terhadap operasi yang ada pada *G*, maka H disebut dengan subgrup dari grup *G*[4].

Setelah definisi grup dan subgrup dijelaskan di atas, di bawah ini akan dibahas definisi dari koset.

Definisi 3. Misalkan *G* adalah grup dan H adalah subset dari *G*. Untuk sebarang a elemen di *G*, himpunan $\{ah|h \in H\}$ dinotasikan dengan aH. Secara analogi, $Ha = \{ha|h \in H\}$ dan $a\{ah|h \in H\}$. Ketika H adalah subgrup dari *G*, maka aH disebut koset kiri dari *H* di *G* yang memuat a, dan Ha disebut koset kanan dari *H* di *G* yang memuat a[4].

Adapun definisi dari subgrup normal dan grup kuosien (faktor) adalah sebagai berikut:

Definisi 4. Suatu subgrup H dari grup *G* disebut subgrup normal dari G jika berlaku $aH = Ha$ untuk setiap a anggota grup *G* [4].

Teorema 5. Misalkan *G* adalah grup dan H adalah subgrup normal dari *G*. Himpunan $G/H = \{aH\ | a \in G\}$ adalah grup (disebut grup kuosien atau grup faktor) di bawah operasi $(aH)(bH) = abH$ [4].

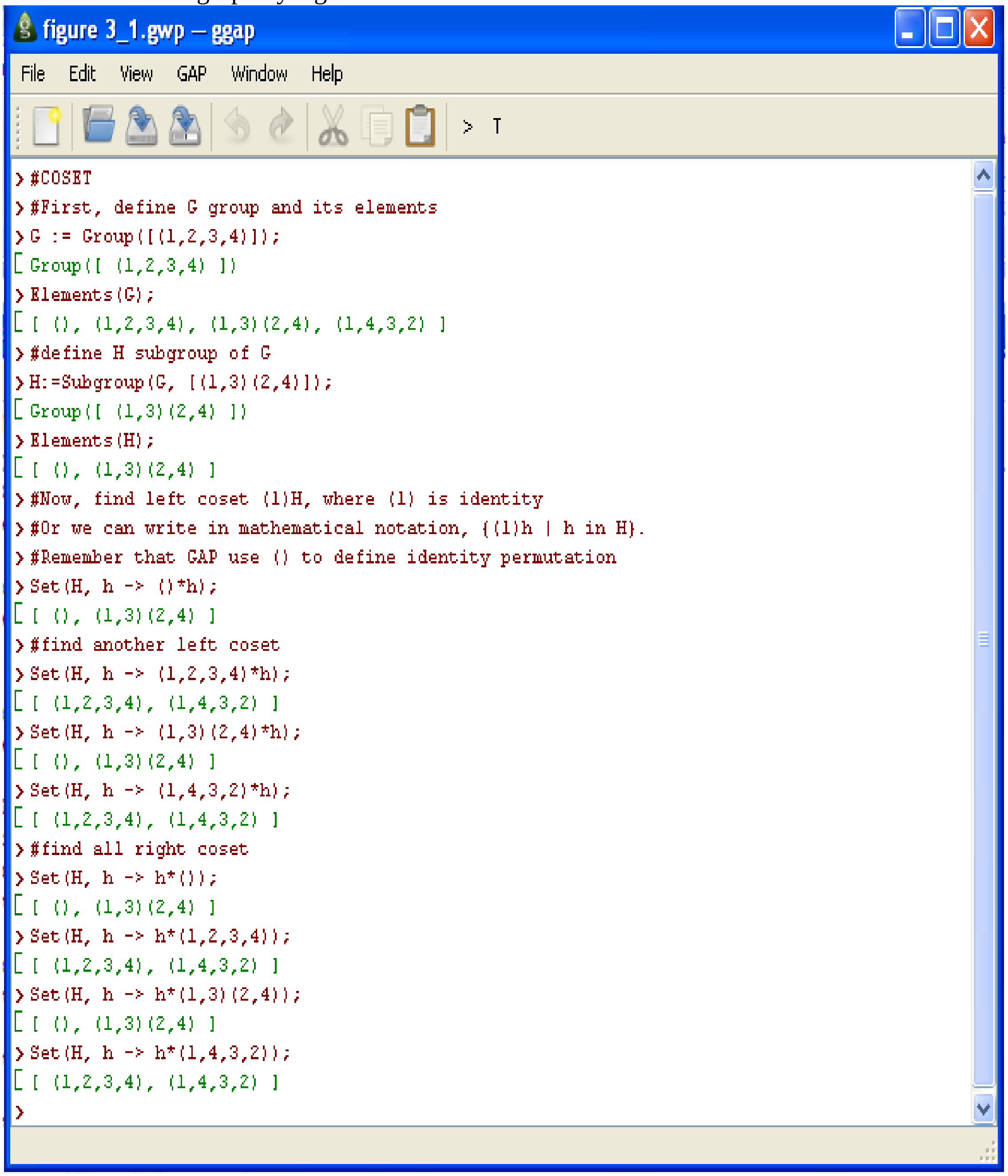
4. PEMBELAJARAN GRUP KUOSIEN DENGAN MENGGUNAKAN GAP

Sebelum menggunakan GAP dalam Teori Grup, khususnya Grup Kuosien, mahasiswa harus terlebih dahulu memiliki pengetahuan yang cukup tentang konsep Teori Grup tersebut.Setelah mahasiswa mempunyai bekal pengetahuan tentang grup dan subgrup, selanjutnya mereka dapat diberikan penjelasan mengenai definisi relasi kanan dan relasi kiri pada grup tersebut. Aturan yang diberikan kepada relasi tersebut mengarah kepada syarat perlu dan cukup suatu subhimpunan menjadi subgrup. Kedua relasi tersebut merupakan relasi ekivalen. Dengan relasi di atas, grup

tersebut akan terpartisi ke dalam kelas-kelas ekivalen yang disebut dengan koset. Secara khusus, relasi kiri akan mengakibatkan terbentuknya koset kiri, dan relasi kanan akan menghasilkan koset kanan.Setelah mahasiswa mengenal konsep-konsep koset kanan dan koset kiri, kemudian mereka diperkenalkan dengan subgrup normal serta kaitannya dengan konsep koset kiri dan koset kanan yang telah mereka peroleh. Setelah mereka mengetahui definisi dari subgrup normal, barulah mereka diberikan pengetahuan tentang grup kuosien.

Tahap pertama dalam memahami konsep grup kuosien adalah mahasiswa terlebih dahulu harus dapat memahami tentang konsep koset kir dan koset kanan. Di sini akan dijelaskan bagaimana GAP dapat memberikan gambaran yang lebih jelas mengenai konsep-konsep tersebut. Gambar 3 memperlihatkan gambaran langkah-langkah pengerjaan yang dapat dilakukan oleh mahasiswa untuk mencari koset-koset dari suatu grup.

Langkah pertama, pada *woksheet* GAP, mahasiswa diminta untuk mengkonstruksi suatu himpunan yang merupakan suatu grup. Untuk memperoleh hal ini dapat dilakukan dengan *trial and error* , menggunakan contoh grup yang sudah pernah dijelaskan di kelas, atau menggunakan perintah yang ada pada GAP untuk dapat membangun suatu grup. Masing-masing cara memiliki kelebihan dan kekurangan. Apabila mahasiswa melakukan *trial and error* dalam mengkonstruksi grup, maka mahasiswa dapat mengasah kembali pemahaman tentang grup yang sudah mereka peroleh di kelas. GAP akan mengeluarkan output ”fail” apabila himpunan yang diinputkan bukan merupakan grup. Dengan cara tersebut mahasiswa tidak hanya tahu definisi dari grup, tetapi juga memahami definisi tersebut. Namun, tentu saja dengan dilakukannya *trial and error* dalam mengkonstruksi grup, maka waktu yang diperlukan dalam pengerjaannya juga menjadi lebih panjang. Di sisi lain, Apabila mahasiswa menggunakan contoh grup yang telah diberikan oleh dosen ataupun menggunakan perintah pada GAP untuk mengkonstruksi grup, maka waktu pengerjaan yang diperlukan tidak lama.



Gambar 3. Menentukan koset kiri dan koset kanan

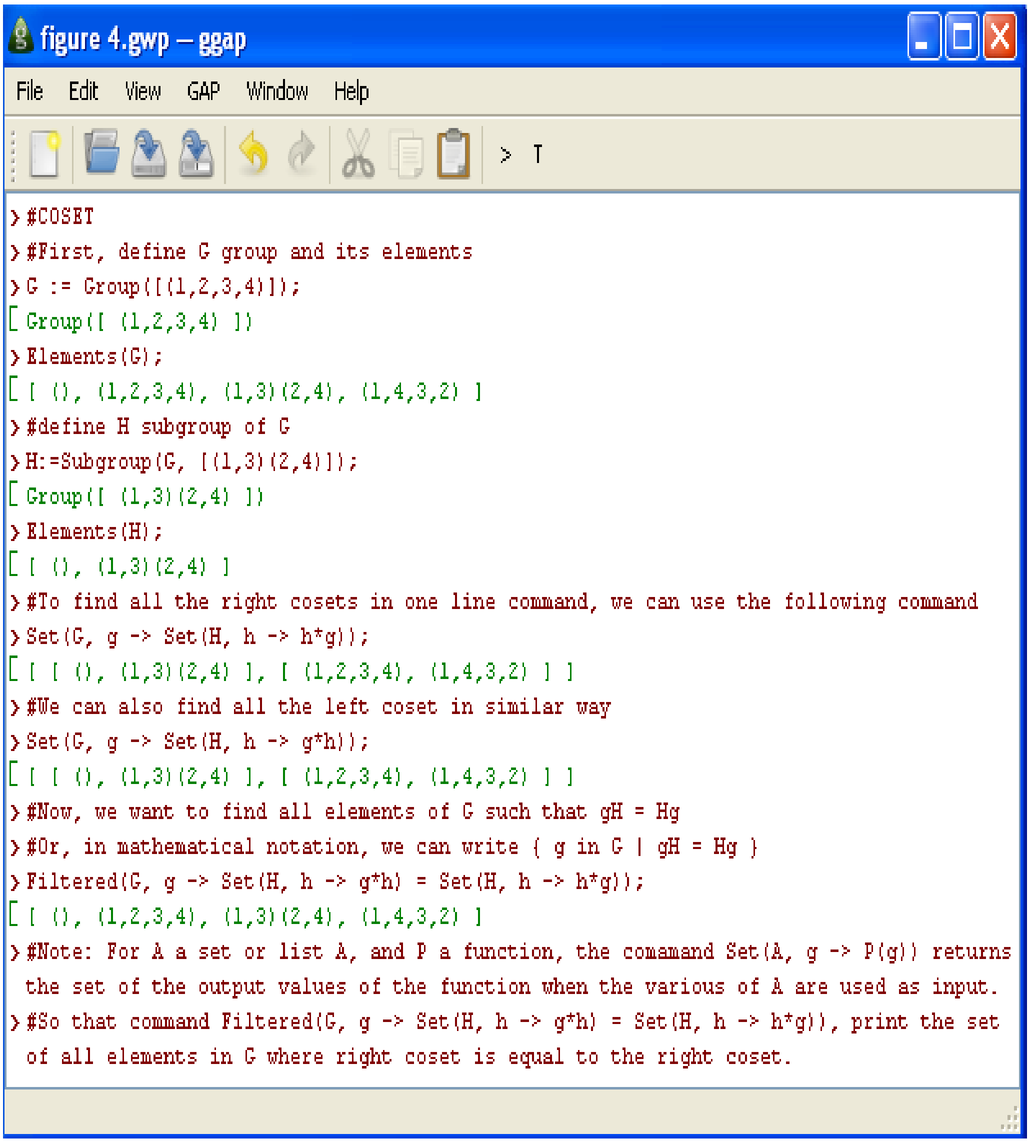
Setelah mahasiswa berhasil mengkonstruksi suatu grup, langkah selanjutnya adalah mahasiswa diminta untuk mencari suatu subgrup dari grup yang telah mereka peroleh. Cara yang digunakan serupa dengan mengkonstruksi grup.

Langkah selanjutnya, mahasiswa diminta untuk mencari semua koset kanan dan koset kiri dengan menggunakan GAP, berdasarkan pengetahuan yang telah mereka peroleh. Mahasiswa juga dapat melihat dan membandingkan pengertian koset kanan dan koset kiri.

Pengajar dapat memberikan beberapa contoh untuk membantu mahasiswa memahami bagaimana menggunakan GAP untuk mencari koset dari suatu grup. Sebagai contoh, pertama definisikan G, suatu grup yang dibangun oleh permutasi (1 2 3 4) dan gunakan perintah pada GAP untuk mencetak semua elemen dari G. Kemudian dengan cara yang serupa, definisikan subgrup H dari grup G yang dibangun oleh permutasi (1 3) (2 4) dan cetak semua elemennya. Setelah itu, mahasiswa dapat ditugaskan untuk mencari semua koset kiri dan kanan dari H di G satu per satu. Pengajar juga dapat memberikan contoh lain untuk mencari koset kepada mahasiswa.

Dengan menggunakan GAP, mahasiswa dapat dilatih untuk mencari koset dari suatu grup dengan cara yang lebih menyenangkan. Hal tersebut dikarenakan mereka dapat melihat langsung bentuk riil dari koset-koset yang mereka cari. Dengan demikian, hal tersebut memudahkan mereka untuk memahami konsep koset yang telah diberikan sebelumnya.

Setelah mereka mampu untuk menemukan koset-koset tersebut satu per satu, pengajar dapat memunculkan pertanyaan-pertanyaan yang dapat mengasah keterampilan mereka dalam menggunakan GAP, khususnya dalam konsep Grup Kousien. Salah satunya adalah langkah-langkah apa yang harus dilakukan untuk memunculkan koset-koset yang telah diperoleh sebelumnya, hanya dalam satu baris perintah GAP. Langkah yang dapat dilakukan adalah dengan memanfaatkan fungsi-fungsi yang terdapat dalam GAP. Gambar 4 memberikan gambaran singkat tentang fungsi yang dapat digunakan untuk menjawab pertanyaan tersebut. Pertanyaan ini dimunculkan dengan maksud, selain mahasiswa memahami konsep koset secara teoritis, mereka juga dapat menerapkan konsep yang telah mereka dapatkan tersebut ke dalam suatu algoritma komputer. Hal ini dapat melatih kreativitas mereka dalam mempelajari teori grup, khususnya untuk materi grup kuosien.



Gambar 4. Memeriksa kesamaan koset kiri dan koset kanan.

Hal yang dapat dilakukan selanjutnya, dari semua koset yang telah mereka peroleh, mereka diajak untuk mengamati semua koset yang muncul. Untuk menguji pemahaman mereka, pengajar dapat memunculkan pertanyaan-pertanyaan yang dapat mengarahkan mahasiswa untuk memahami konsep tersebut. Pertanyaan yang dapat dimunculkan antara lain apakah semua koset yang diperoleh berbeda satu dengan yang lain? Atau adakah koset-koset yang memiliki kesamaan. Untuk menjawab pertanyaan tersebut dapat dilakukan dengan beberapa cara. Salah satunya adalah dengan membandingkan secara manual koset-koset yang telah mereka peroleh, yaitu memeriksa apakah koset kanan sama dengan koset kiri.

Setelah mahasiswa memahami bagaimana mencari koset kanan dan koset kiri serta memeriksa kesamaan suatu koset kanan dan kiri, pengajar dapat memberikan penjelasan tentang konsep subgrup normal. Subgrup normal yaitu suatu grup yang memiliki koset kanan yang sama dengan koset kiri, J. A. Gallian [4]. Dari hasil pekerjaan mereka sebelumnya, mereka dapat melihat bahwa definisi subgrup normal sebenarnya bukanlah hal yang asing lagi. Dengan demikian, mahasiswa dapat lebih cepat memahami konsep subgrup normal karena definisi tersebut secara tidak langsung telah diaplikasikan dalam latihan pada *worksheet* GAP.

Latihan-latihan di atas dapat membantu mahasiswa untuk mengetahui dan memahami apa yang dimaksud dengan koset kiri dan koset kanan serta subgrup normal. Dengan GAP mahasiswa juga dibanru untuk dapat memiliki gambaran yang konkrit tentang ”wujud” dari koset kiri dan koset kanan serta subgrup normal.Sehingga, mereka telah mempunyai cukup bekal untuk menghadapi materi grup kuosien.

Untuk memperkenalkan konsep Grup Kuosien G/H, yang merupakan himpunan koset-koset Hg atau gH, pengajar akan memperlihatkan syarat perlu dan cukup bagi subgrup H agar operasi pada G/H *well defined*. Syarat perlu dan cukup tersebut adalah H harus merupakan subgrup normal (koset kanan sama dengan koset kiri) dari grup G.

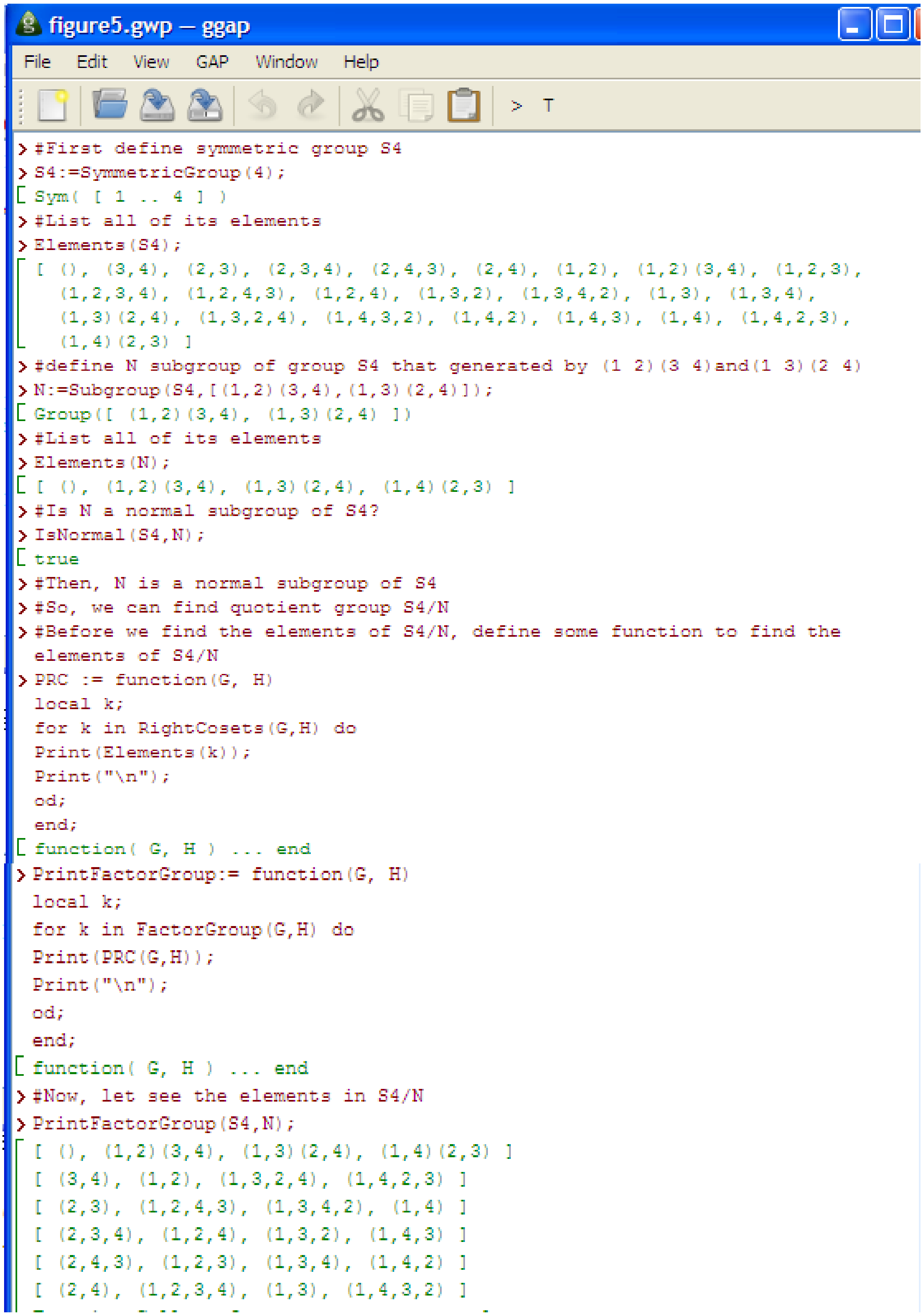
Setelah memperkenalkan konsep tersebut, mahasiswa dikenalkan dengan contoh-contoh untuk mencari grup kuosien. Namun, terkadang mereka masih belum dapat memahami dengan baik bagaimana mencari grup kuosien. Oleh karena itu, setelah mengerjakan contoh-contoh tersebut secara manual, mereka dapat ditugaskan untuk mengerjakan contoh-contoh tersebut pada *worksheet* GAP. Dengan menggunakan GAP, mereka akan dapat lebih mudah melihat dan memahami konsep grup kuosien. Gambar 5 memperlihatkan salah satu contoh bagaimana memperoleh grup kuosien dan elemen-elemennya dengan menggunakan GAP.

Sebagai contoh, definisikan suatu grup simetri S_4. Kemudian, dengan menggunakan perintah pada GAP, cari semua elemen-elemennya. Di sini mahasiswa diingatkan kembali elemen-elemen dari S_4. Bahkan mahasiwa yang sebelumnya baru mengenal elemen –elemen dari S_3, menjadi paham apa saja elemen dari S_4 atau bahkan S_n untuk nilai n yang besar sekalipun.

Selanjutnya, dengan cara yang serupa, definisikan N yang merupakan subgrup dari grup S_4 yang dibangun oleh (1 2) (3 4) dan (1 3) (2 4). Cari semua elemen N dengan menggunakan perintah GAP. Setelah itu, periksa apakah N merupakan subgrup normal dari grup S_4.Apabila N merupakan subgrup normal dari grup S_4, maka tulis perintah pada *worksheet* GAP untuk mencetak grup kuosien S_4/N. Sebaliknya, apabila N bukan merupakan subgrup normal dari grup S_4, cari subgrup lain dari grup S_4 yang merupakan subgrup normal.

Dengan demikian, dengan menggunakan GAP, pengajar dapat memperkenalkan konsep grup kuosien kepada mahasiswa dengan cara yang menyenangkan. Dengan menggunakan GAP, mahasiswa juga dilatih untuk mengasah kreativitas mereka, khususnya di bidang Matematika. Hal tersebut dikarenakan mereka dilatih untuk menerapkan konsep-konsep aljabar yang telah mereka peroleh ke dalam bentuk algoritma pemrograman.

Mereka juga dapat lebih mudah memahami suatu konsep dalam Struktur Aljabar yang baru mereka peroleh, karena mereka dapat secara langsung melihat bentuk riil dari konsep tersebut.Dengan penggunaan GAP pada pembelajaran Struktur Aljabar, diharapkan dapat memberikan motivasi untuk belajar Struktur Aljabar dengan cara yang tidak membosankan, yang pada akhirnya dapat meningkatkan pemahaman mahasiswa terhadap mata kuliah tersebut.



Gambar 5 Membentuk grup faktor dan mencari elemen-elemennya dengan menggunakan GAP

4. Kesimpulan

Struktur Aljabar merupakan salah satu mata kuliah yang sering dirasakan sulit oleh sebagian besar mahasiswa. Dubinsky et.al berpendapat bahwa kesulitan yang besar mulai ditemui oleh mahasiswa pada konsep yang mengarah pada grup kuosien. Oleh karena itu diperlukan suatu inovasi metoda pembelajaran konsep grup kuosien tersebut. Salah satu hal yang dapat dilakukan adalah dengan menggunakan GAP sebagai alat bantu dalam pembelajaran Grup Kuosien. Penggunakan GAP dalam pembelajaran konsep Grup Kuosien diharapkan dapat mengurangi keabstrakan dari konsep grup kuosien. Sehingga membantu mahasiswa untuk memahami konsep grup kuosien.

5. DaftarPustaka

[1] A. Hulpke., (2011), *Abstract Algebra in GAP*, The Creative Commons Attribution-Noncommercial-Share Alike 3.0 United States, California

[2] Asiala, M., Dubinsky, E., Mathews, D. M., Morics, S. and Oktaç, A., (1997). *Development of Students' Understanding of Cosets, Normality, and Quotient groups*, Journal of Mathematical Behavior 16(3), 241–309

[3] Hazzan, O., (1999). *Reducing Abstraction Level When Learning Abstract Algebra Concepts*, Education Studies in Mathematics, 40(1), 71-90.

[4] J. A. Gallian.,(2010), *Abstract Algebra with GAP for Contemporary Abstract Algebra 7th edition*, Brooks/Cole, Cengage Learning, Boston

[5] Salsabila, E., Ratnaningsih, Hadi, Ibnu., (2015), *Pembekalan Pemahaman Metode Pembuktian Matematika dan Penerapan Strategi Abduktif-Deduktif Untuk Mengembangkan Kemampuan Membuktikan Konsep Aljabar Abstrak Pada Mahasiswa Jurusan Matematika FMIPA UNJ*, Jurnal Matematika Integratif Vol 11 No. 1.

[6] The GAP Group, (2006), *GAP – Groups, Algorithms, and Programming, Version 4.4*,http://www.gap-system.on