

## PERSAMAAN GARIS SINGGUNG PADA PARABOLA

Ade Novia Rahma<sup>1</sup>, Mashadi<sup>2</sup>, Sri Gemawati<sup>3</sup>

<sup>1</sup> Mahasiswa Program Studi Magister Matematika, Universitas Riau  
Jl. HR Soebrantas KM 12,5, KampusBinaWidya, SimpangBaru, Pekanbaru, Riau 28293  
Email: adenoviarahma\_mufti@yahoo.co.id

<sup>2,3</sup> Jurusan Matematika, Fakultas Mipa, Universitas Riau  
Jl. HR Soebrantas KM 12,5, KampusBinaWidya, SimpangBaru, Pekanbaru, Riau 28293  
Email: [mashadi.mat@gmail.com](mailto:mashadi.mat@gmail.com)  
Email: [gemawati.sri@gmail.com](mailto:gemawati.sri@gmail.com)

### ABSTRAK

*Persamaan garis singgung melalui suatu titik di luar parabola dapat ditentukan dengan satu alternatif yaitu dengan substitusi [Sri Wahyuningsih]. Pada tulisan ini akan dibahas alternatif lain menentukan persamaan garis singgung melalui suatu titik di luar parabola dengan cara garis kutub, dibahas pula koordinat titik singgung dari titik diluar parabola.*

**Kata Kunci:** *Koordinat titik singgung, persamaan garis singgung, panjang garis singgung, persamaan garis kutub.*

### ABSTRACT

*Equation of a tangent through a point outside the sphere can be determined with one alternative that is substitution. In this articel will discuss about another alternative through the equation tangent through a point outside the parabola, by means of line poles. Discussed at the coordinates of the point of tangency of point outside the parabola.*

**Keywords:** *The coordinates of the point of tangency, the tangent line equation, the long tangents, pole line equation.*

### PENDAHULUAN

Persamaan garis singgung melalui suatu titik di luar parabola belum ada dibahas dalam beberapa buku geometri seperti [4]. Padahal dalam salah satu karya ilmiah [10] persamaan garis singgung melalui suatu titik di luar parabola dapat ditentukan dengan substitusi. Oleh karena itulah pada artikel ini dibahas persamaan garis singgung melalui suatu titik di luar parabola dengan cara garis kutub, dibahas pula koordinat titik singgung dari titik diluar parabola serta panjang garis singgung dari titik diluar parabola.

### METODE PENELITIAN

Metode penelitian yang digunakan dalam penelitian ini yaitu menggunakan konsep persamaan garis kutub dan substitusi. Dalam menentukan persamaan garis singgung melalui suatu titik di luar parabola dapat ditentukan dengan garis kutub dan koordinat titik singgung dari titik diluar parabola dapat ditentukan dengan garis kutub dan substitusi.

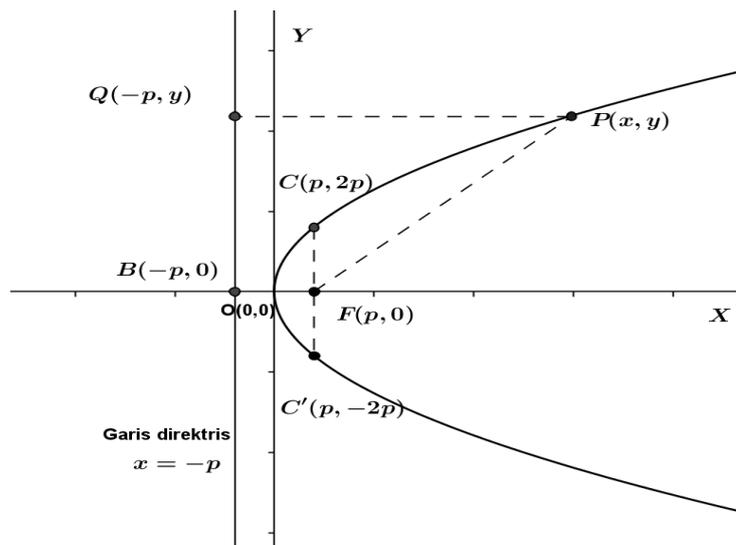
### HASIL DAN PEMBAHASAN

Persamaan garis singgung melalui suatu titik di luar parabola yang dibahas oleh Sri Wahyuningsih

dapat ditentukan dengan substitusi. Pada tulisan ini akan ditentukan persamaan garis singgung melalui suatu titik di luar parabola dengan garis kutub.

Misalkan pada Gambar 2.3  $F(p,0)$  adalah titik api (fokus) dan  $g$  adalah garis arah (direktris) parabola dengan persamaan direktris  $x = -p$

dari suatu parabola. Sumbu  $x$  merupakan suatu simetri parabola dengan persamaan parabola  $y=0$ , sumbu simetri itu memotong parabola disebut titik puncak parabola dan titik  $C$  dan  $C_1$  (lotus rektum).



Gambar 1: Parabola puncak  $O(0,0)$  dengan fokus  $F(p,0)$

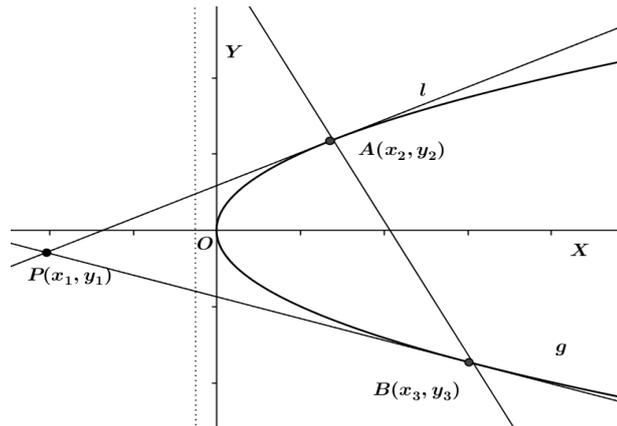
Untuk menentukan persamaan parabola yang berpuncak di  $O(0,0)$  pada Gambar 1 dimana parabola dengan sumbu simetri berimpit dengan sumbu  $x$ , titik fokus di  $F(p,0)$  dengan persamaan direktris  $x = -p$ .

Misalkan pada Gambar 1  $P(x, y)$  adalah sembarang titik pada parabola. Berdasarkan definisi parabola, maka berlaku

Jarak  $PF =$  Jarak  $PQ$  [Mashadi]  
Sehingga persamaan parabola adalah

$$y^2 = 4px \quad (1)$$

Diketahui parabola yang berpusat di  $O(0,0)$  dengan titik  $A$  dan  $B$  terletak pada parabola dan titik  $P$  berada diluar parabola, dapat ditarik garis  $AB$  seperti Gambar 2 dibawah ini:



Gambar 2: Grafik Parabola Dengan Garis Kutub

Garis Singgung AP melalui titik A pada parabola adalah  $y_2 y = 2p(x + x_2)$  dan titik P berada pada garis singgung AP sehingga diperoleh

$$y_2 y = 2p(x_1 + x_2) \quad (2)$$

Garis Singgung BP melalui titik B pada parabola maka  $y_3 y = 2p(x + x_3)$  dan titik P berada pada garis singgung BP sehingga  $y_3 y_1 = 2p(x_1 + x_3)$  (3)

kurangkan persamaan (2) dan (3) diperoleh :

$$\frac{y_2 - y_3}{x_2 - x_3} = \frac{2p}{y_1}$$

dimana  $\frac{2p}{y_1}$  merupakan gradien garis

dari titik A ke titik B sehingga diperoleh persamaan garis AB yaitu :

$$y - y_2 = m(x - x_2)$$

karena  $y_1 y_2 - 2px_2 = 2px_1$  maka  $y_1 y = 2px + 2px_1$

Sehingga diperoleh persamaan garis kutub adalah  $y_1 y = 2p(x + x_1)$  (4)

### PERSAMAAN GARIS SINGGUNG DARI TITIK DILUAR PARABOLA

Merujuk pada Gambar 2,  $P(x_1, y_1)$  merupakan titik yang terletak diluar parabola menyinggung parabola disisi atas dan menyinggung parabola disisi bawah, dapat ditentukan nilai  $x$  dengan menggunakan persamaan (4)

yaitu  $x = \frac{-2px_1 + y_1 y}{2p}$

Substitusikan nilai  $x$  ke persamaan (1), diperoleh :  $y^2 + 2y_1 y - 4px_1 = 0$ , dengan menggunakan rumus abc diperoleh :

$$y_2 = y_1 + \sqrt{y_1^2 - 4px_1}$$

dan  $y_3 = y_1 - \sqrt{y_1^2 - 4px_1}$

karena nilai  $x$  terdapat koefisien  $y$  maka substitusi nilai  $x$  tersebut ke nilai  $y$  sehingga diperoleh koordinat titik singgung A dan B :

$$A = \left( \frac{-2px_1 + y_1^2 + y_1 \sqrt{y_1^2 - 4px_1}}{2p}, y_1 + \sqrt{y_1^2 - 4px_1} \right)$$

dan

$$B = \left( \frac{-2px_1 + y_1^2 - y_1\sqrt{y_1^2 - 4px_1}}{2p}, \right.$$

$$\left. y_1 - \sqrt{y_1^2 - 4px_1} \right)$$

Dari koordinat A dan B dapat ditentukan persamaan garis singgung dari titik diluar parabola dengan mensubsitusikan koordinat A dan B ke persamaan (4) sehingga diperoleh:

$$y = \frac{2px - 2px_1 + y_1^2 + y_1\sqrt{y_1^2 - 4px_1}}{(y_1 + \sqrt{y_1^2 - 4px_1})} \quad (5) \text{ dan}$$

$$y = \frac{2px - 2px_1 + y_1^2 - y_1\sqrt{y_1^2 - 4px_1}}{(y_1 - \sqrt{y_1^2 - 4px_1})} \quad (6)$$

#### KOORDINAT TITIK SINGGUNG DARI TITIK DILUAR PARABOLA

Dalam menentukan persamaan garis singgung dari titik diluar parabola sudah diperoleh salah satu alternatif menentukan koordinat titik singgung dari titik diluar parabola yaitu :

$$A = \left( \frac{-2px_1 + y_1^2 + y_1\sqrt{y_1^2 - 4px_1}}{2p}, \right.$$

$$\left. y_1 + \sqrt{y_1^2 - 4px_1} \right)$$

dan

$$B = \left( \frac{-2px_1 + y_1^2 - y_1\sqrt{y_1^2 - 4px_1}}{2p}, \right.$$

$$\left. y_1 - \sqrt{y_1^2 - 4px_1} \right)$$

Alternatif lainnya dengan menggunakan dengan subsitusi. Persamaan garis singgung dari titik diluar parabola dengan gardien  $m^2x^2 + (-2x_1m^2 + 2my_1 - 4p)x + (m^2x^2 - 2mx_1y_1 + y_1^2)$  [

10].

Untuk menentukan koordinat titik singgung dari titik diluar parabola dengan langkah :

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad \text{nilai}$$

$\sqrt{b^2 - 4ac} = 0$  , karena menyinggung parabola.

$$= \frac{x_1m^2 - my_1 + 2p}{m^2}$$

Sedangkan untuk menentukan koordinat y dengan langkah sebagai berikut :

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$y - y_1 = mx - mx_1$$

$$x = \frac{y - y_1 + mx_1}{m}$$

Substitusi nilai x ke persamaan (1):

$$y^2 = 4px$$

$$y^2 = 4p\left(\frac{y - y_1 + mx_1}{m}\right)$$

$$my^2 - 4py + 4py_1 - 4pmx_1$$

Dengan menggunakan rumus abc diperoleh :

$$y_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad \text{nilai}$$

$\sqrt{b^2 - 4ac} = 0$  , karena menyinggung parabola.

$$y_{1,2} = \frac{-(-4p)}{2m}$$

Sehingga diperoleh koordinat titik singgung:

$$x = \frac{y - y_1 + mx_1}{m} \quad \text{dan} \quad y_{1,2} = \frac{-(-4p)}{2m}$$

$$\text{dengan } m_{1,2} = \frac{y_1 \pm \sqrt{y_1^2 - 4px_1}}{2x_1}$$

#### KESIMPULAN DAN SARAN

Dari hasil pembahasan penelitian ini dapat disimpulkan bahwa persamaan garis singgung dari titik diluar parabola dapat ditentukan dengan garis kutub, dan koordinat titik singgung dari titik diluar

parabola dapat ditentukan dengan garis kutub dan substitusi.

Bagi pembaca yang tertarik dengan penelitian ini, disarankan agar membahas tentang koordinat titik, persamaan garis singgung, dan panjang garis singgung yang ditarik dari luar lengkungan parabola dirotasi sejauh  $45^\circ$ .

### **REFERENSI**

- [1] Djumanta, Wahyudin, dan Susanti, Dwi. *Belajar Matematika Aktif dan Menyenangkan*. (Pusat Perbukuan Departemen Pendidikan Indonesia. 2008,
- [2] Kanginan, M dan T. Kustendi, *Matematika 3A untuk SMU kelas III*, Penerbit Grafindo, Jakarta, 2000.
- [3] Lang, s, *Geometry Second Edition*, Department of Mathematics Yale University Springer-Verlag, USA, 1988.
- [4] Mashadi, *Buku Ajar Geometri*, PUSBANGDIK UNRI, Pekanbaru, 2012.
- [5] Sumadi, dkk, *Matematika SMU*, Tiga Serangkai, Solo, 1996.
- [6] Saehatta Saragih, *Geometri Analitik Bidang dan Ruang*, Pusbangdik UR, Pekanbaru, 2011.
- [7] Sartono Wirodikromo, *Matematika untuk SMA Kelas XII*, Erlangga, Jakarta, 2007
- [8] \_\_\_\_\_, *Matematika SMA 3 IPA*, Erlangga, Jakarta, 2007.
- [9] Siceloff, L. P., G. Wentworth dan D. E. Smith, *Analitic Geometry*, Ginn and Company, Boston, 1922.
- [10] Sri Wahyuningsih, *Alternatif menentukan persamaan garis singgung parabola dan hiperbola*, Pekanbaru, 2014.
- [11] Varberg, D., EJ. Purcell dan S. E. Rigdon. *Kalkulus edisi 9 jilid 2, Terjemahan dari Calculus Ninth Edition*, oleh I Nyoman Susila Ph. D. Erlangga, Jakarta, 2011.