ISSN 0853-3792 | e-ISSN 2549-8266

Jurnal Sains Indonesia
Volume 42(1): 22-24, 2018

Pelabelan *L*(2,1) pada Graf Sierpinski *S*(*n*,*k*)

Yuri C. Sagala dan Susiana
Jurusan Matematika, FMIPA, Universitas Negeri Medan, Medan, Indonesia, 20221
e-mail: yuricsagala@gmail.com

Abstract *Labeling L (2; 1) on a graph G is the function f of the set of vertices V (G) to the set of all non-negative numbers so that* $|f(u) - f(w)| \geq 2$ *if d (u; w) = 1 and* $|f(u) - f(w)| \geq 1$ *if d (u; w) = 2. The labeling number L (2; 1) of a graph G is the smallest k number so G has labeling L (2; 1) with max {f (v): v Є V (G) g} = k. The Sierpinski Graph is a form of expansion graph specifically from a complete graph. This study shows labeling on Sierpinski graph using Chang-Kuo algorithm and obtained the values L (2; 1) {S (n; 2)} = 4 and the value of L (2; 1) {S (n; 3)} = 6 for n ≥ 2, with L (2; 1) {G} is the smallest maximum number labeling L (2; 1) from a graph G.* [LABELING L(2,1) IN SIERPINSKI S(N,K)]***(J. Sains Indon., 42(1): 22-24, 2018)***

***Kata kunci*:** *Graph Labeling L(2,1), Sierpinski Graph*

Pendahuluan

Saat ini teori graf semakin berkembang dan menarik karena keunikan dan banyak sekali penerapannya. Keunikan teori graf adalah kesederhanaan pokok bahasan yang dipelajarinya, karena dapat disajikan sebagai titik (vertex) dan jalur (edge). Misalnya menyelesaikan permasalahan pencarian lintasan terpendek, permasalahan pengiriman surat (The Postman Problem), penentuan frekuensi pemancar radio dan lain-lain dapat diselesaikan dengan teori graf. Permasalahan seperti inilah yang dapat dimodelkan dalam bentuk graf dengan verteks-verteks pada graf berkorespondensi dengan tempat-tempat yang berbeda dan dua verteks pada graf dihubungkan dengan satu sisi atau jalur jika dan hanya jika dua tempat yang berkorespondensi dengan dua verteks tersebut dihubungkan dengan sebuah jalur.

Permasalahan yang muncul pada penentuan frekuensi pemancar radio adalah menentukan frekuensi pada setiap pemancar radio sehingga jika ada dua pemancar yang berdekatan, maka pemancar tersebut diberikan frekuensi yang berbeda. Tentu saja, pemancar yang berdekatan harus menerima frekuensi dengan selisih yang cukup untuk menghindari pelayangan. Permasalahan ini bermula dari pembicaraan Fred Roberts dengan Jerrold Griggs, yang berencana menggunakan bilangan nonnegatif untuk mewakili saluran radio untuk mempelajari permasalahan penentuan saluran radio secara optimal pada pemancar pada lokasi tertentu. Hasilnya, Griggs dan Yeh (1992) memperkenalkan pelabelan L(h; k), yaitu pelabelan yang diberikan pada verteks suatu graf yang bergantung tidak hanya pada dua verteks bertetangga berjarak satu), tetapi juga berjarak dua. Permasalahan yang lain adalah bagaimana meminimumkan rentang pelabelan pada suatu graf yang diberikan, Hale (1980).

Pada penelitian ini, penulis menunjukkan pelabelan *L*(2,1) pada graf Sierpinski. Graf Sierpinski *S*(*n*,*k*) diperluas dari *S*(*n*,*3*) oleh Klavzar dan Milutinovic (1997) untuk k ≥ 3. Motivasi untuk perluasan ini muncul dari studitopologi ruang Lipscomb, dan ditunjukkan bahwa ruang ini adalah perluasan darisegitiga Sierpinski. Kemudian, graf ini banyak dipelajari dari berbagai sudut pandang (Fu dan Xie (2010), Gravier dan Parreau (2009), Gravier dan Mollard (2005)). Graf Sierpinski *S*(*n*,*k*) diperluas dengan proses: *S*(*1*,*k*) isomorfik dengan graf lengkap dengan k verteks (Kk). *S*(n + 1,*k*) dibuat dari *S*(*n*,*k*) dengan menggandakan *n* kali graf *S*(*n*,*k*) dan menambahkan tepatnya satu jalur pada setiap hasil penggandaannya.

Berdasarkan latar belakang masalah maka rumusan masalah dari penelitian ini adalah:

1. Untuk setiap nilai n dan k yang diberikan pada sebuah graf Sierpinski $S(n,k)$, bagaimana memberikan labelnya?
2. Berapakah nilai maksimum terkecil pelabelan $L(2;1)$ pada graf Sierpinski?

Adapun batasan masalah dalam penelitian ini adalah menentukan pelabelan $L(2;1)$ pada graf Sierpinski $S(n,k)$ dengan $n \geq 2$ dan $k = 2, 3$

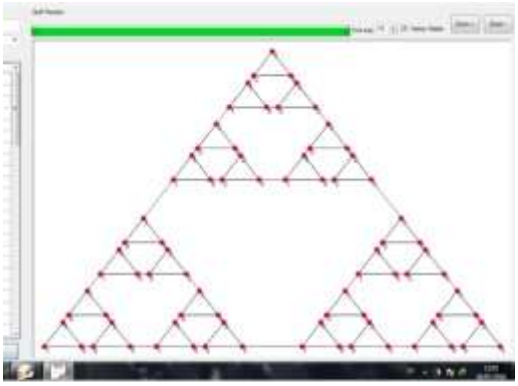
Metode

Langkah-langkah yang dilakukan dalam penelitian ini adalah;

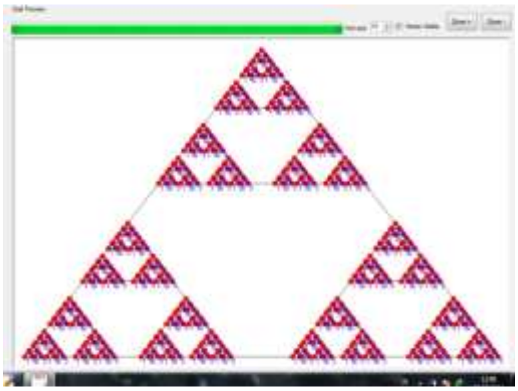
1. Menyajikan definisi graf
2. Menyajikan terminologi dasar graf
3. Menyajikan jenis-jenis graf
4. Menyajikan graf sederhana khusus yang digunakan
5. Menyajikan definisi pemetaan
6. Menyajikan definisi pelabelan graf. Pelabelan pada suatu graf adalah suatu pemetaan (fungsi) bijektif yang memasangkan unsur-unsur graf (verteks atau jalur) dengan bilangan bulat positif. Pada penelitian ini, jenis pelabelan yang akan digunakan adalah pelabelan *L(2,1)*, yaitu pemetaan verteks-verteks pada suatu graf dengan memperhatikan jarak pada verteks-verteks tersebut. Jika ada dua verteks bertetangga, maka label yang diberikan pada dua verteks tersebut harus berselisih minimum 2, dan jika ada dua verteks berjarak 2, maka label yang diberikan pada dua verteks tersebut harus berbeda, tetapi jika ada dua verteks berjarak 3 atau lebih, label yang diberikan pada dua verteks tersebut boleh sama
7. *Melakukan Pelabelan L(2,1) pada graf Sierpinski.* Pelabelan $L(2,1)$ pada graf Sierpinski dilakukan dengan menggunakan ´Algoritma Chang-Kuo. Pelabelan ini dikerjakan dengan dua cara,yaitu dengan cara manual dan pengerjaan dengan program vb.net 2010. Penggunaan algoritma tersebut untuk mempermudah mendapatkan nilai pelabelan maksimum yang terkecil.
8. *Penarikan Kesimpulan.* Penarikan kesimpulan yang dilakukan adalah mengambil nilai maksimum terkecil dari pelabelan $L(2,1)$ pada graf Sierpinski.

Hasil dan Pembahasan

Hasil akhir ditunjukkan pelabelan $L(2,1)$ pada graf Sierpinski dengan menggunakan program komputer, yakni vb.net 2010. Hasil printscreen-nya ditunjukkan pada Gambar 1 dan Gambar 2.



Gambar 1. *Hasil Pelabelan L(2,1) pada graf Sierpinski S(4,3)*



Gambar 2. *Hasil Pelabelan L(2,1) pada graf Sierpinski S(6,3)*

Nilai maksimum terkecil pelabelan L(2; 1) pada graf Sierpinski adalah sebagai berikut:

1. Nilai maksimum terkecil pelabelan $L(2,1)$ pada graf Sierpinski $S(2,2)$ atau nilai $L(2,1)$ {$S(2,2)$} adalah 3.
2. Nilai maksimum terkecil pelabelan $L(2,1)$ pada graf Sierpinski $S(n,2)$ atau nilai $L(2;1)$ {S(n,2)} dengan $n \geq 3$ adalah 4.
3. Nilai maksimum terkecil pelabelan $L(2,1)$ pada graf Sierpinski $S(2,3)$ atau nilai $L(2,1)$ {S(2,3)} dengan 6.

4. Nilai maksimum terkecil pelabelan *L*(2,1) pada graf Sierpinski *S*(n,3) atau nilai *L*(2,1) {S(n; 3)} dengan n ≥ 3 adalah 6.

Penutup

Jika pembaca tertarik melanjutkan penelitian ini, penulis menyarankan hal-hal berikut:

1. Algoritma Chang-Kuo untuk pelabelan *L*(2,1) memiliki kelemahan dalam hal pemilihan verteks. Algoritma ini hanya mempertimbangkan jarak antara kedua verteks yang akan diberikan label. Penulis menyarankan perlu adanya algoritma pelabelan *L*(2,1) yang tidak hanya mempertimbangkan jarak antara dua verteks.
2. Menyelidiki adanya pola pengulangan label pada graf Sierpinski *S*(n,k) untuk k ≥ 4.
3. Melakukan pelabelan *L*(2,1) pada graf lainnya.

Daftar Pustaka

Baca, M., dan Mirka, M., (2008), *Super Edge-Antimagic Graph: A Wealth ofProblems and Solutions*, Brown Walker Press Boca Raton, Florida.

Calamoneri, T., dan Petreschi (2009), *L(2;1)-Labeling of Unigraphs*, Department of Computer Science, 1–19.

Chang, G., dan Kuo, D., (1996), The L(2; 1)-Labeling Problem on Graphs, SIAMJ. *Disc. Math,* 9, 309–316.

Chartrand, G., dan Lesniak, L., (1996), *Graphs and Digraphs*, CRC Press, Florida,USA.

Chartrand, G., dan Zhang, P., (2009), *Chromatic Graph Theory*, CRC Press, USA.

Fu, H., dan Xie, D., (2010), Equitable L(2; 1)-labelings of Sierpinski graphs, Australasian *Journal of Combinatorics*, 46, 147–156.

Gravier, S.; Klavzar, S., dan Mollard, M., (2005), Codes and ˇ L(2; 1)-Labelings in Sierpinski Graphs, *Taiwanese Journal of Matematics*, 9(4), 671–681.

Gravier, S.; Kovse, M., dan Parreau, A., (2009), *Generalized Sierpinski Graphs*, ANR IDEA,

Griggs, J., dan Yeh, R., (1992), Labeling graphs with a condition at distance two, SIAM J. *Discrete Math*., 5(4), 586–595.

Hale, W., (1980), Frequency assignment: theory and application, *Proc IEEE*, 68, 1479–1514.

Klavzar, S., dan Milutinovi ˇ c, U., (1997), Graphs ´ S(n; k) and a Variant of The Tower of Hanoi Problem, *Czechoslovak Math J*., 47(122), 95–104.

Lipschutz, S., dan Lipson, M., (2007), *Theory and Problems of Discrete Mathematics*, McGraw-Hill, United States of America.

Marr, A., dan Wallis, W., (2001), *Magic Graphs*, Birkhauser, Boston.

Munir, R., (2003), *Matematika Diskrit*, Informatika Bandung, Bandung.

Paul, S.; Pal, M., dan Pal, A., (2014), L(2; 1)-labeling of Circular-arc Graph, *Annalsof Pure and Applied Mathematics*, 5(2), 208–219.

Rao, G., (2009), *Discrete Mathematical Structures*, New Age International, New Delhi.

Rosen, K., (2012), *Discrete Mathematics and its Applications*, McGraw-Hill, United States of America.

Shao, Z.; Yeh, R., dan Zhang, D., (2008), The L(2; 1)-labeling on graphs and the47 frequency assignment problem, *Elsevier*, 21, 37–41.

Siang, J., (2006), *Matematika Diskrit dan Aplikasinya pada Ilmu Komputer*, Andi, Bandung.

Vasudev, C., (2006), *Graph Theory with Applications,* New Age International, New Delhi.

Wallis, W., (2006), *A Beginner's Guide to Graph Theory*, Birkhauser, Boston.