

Mengatasi Bias pada Penduga Parameter Metode Kuadrat Terkecil dalam Analisis Regresi Linear Sederhana dengan *Bootstrap* Data Berpasangan

Robinsar Pakpahan dan Elmanani Simamora

Jurusan Matematika, FMIPA, Universitas Negeri Medan, Medan, Indonesia, 20221

e-mail: robpakpahan@gmail.com

Abstract *The assumption of normality cannot be fulfilled in regression analysis if there are outliers in observation data so that peduga parameters using LSM (Least Square Method) will produce biased estimators and not BLUE (Best Linear Unbiased Estimator). Based on this, the bootstrap method which is a repeat sampling method (resampling) that does not require distribution assumptions on the data can be used. In this study, paired bootstrap data method is used for simulation data with the number of outliers of 5%, 10% and 15%. This is to show how the influence of outliers on the distribution of data if the outliers given have different amounts. After estimating the parameters using paired bootstrap data, parameter estimator values and the resulting bias are not much different from the MKT parameter estimator values before being given an outlier. In this study at a 99% confidence interval for the case of simulation data with 10% and 15% of the parameter estimator outliers obtained in the previous study and in this study no longer produce BLUE estimators as in the simulation data with 5% outliers. [OVERCOMING BIAS IN PARAMETER ESTIMATORS OF THE LEAST SQUARE METHOD IN A SIMPLE LINEAR REGRESSION ANALYSIS WITH PAIRED DATA BOOTSTRAP] (J. Sains Indon., 42(2): 31-37, 2018)*

Kata kunci:
Least Square Method,
Best Linear Unbiased
Estimator, Paired
Bootstrap

Pendahuluan

Analisis regresi dapat dibedakan berdasarkan jumlah peubah yang diamati menjadi analisis regresi sederhana dan analisis regresi berganda. Parameter-parameter dalam analisis regresi dapat dicari penduga parameternya melalui beberapa metode. Metode yang paling umum digunakan adalah Metode Kuadrat Terkecil (MKT). Namun dalam penggunaannya MKT akan bekerja dengan baik apabila asumsi-asumsi pada analisis regresi telah terpenuhi, seperti: normalitas, homogenitas, tidak terjadi autokorelasi, heteroskedastisitas, dan multikolinearitas.

Untuk asumsi normalitas, asumsi ini tidak akan terpenuhi apabila pada data pengamatan terdapat pencilan (*outlier*). Pencilan dapat diartikan sebagai suatu datum pada data pengamatan yang jauh (ekstrem) dari ukuran pemusatan data. Bila pencilan terdapat pada data

pengamatan maka MKT tidak akan dapat bekerja dengan baik sehingga penduga parameternya secara umum akan memberikan sifat bias yang membuat penduga parameter tidak lagi memiliki sifat *Best Linear Unbiased Estimator* (BLUE). BLUE dalam analisis regresi menggambarkan sifat penduga parameter yang baik, penduga parameter dikatakan baik apabila penduga parameter memiliki bias yang kecil.

Cara alternatif yang dapat digunakan dalam masalah bias akibat pencilan adalah dengan menggunakan bootstrap, dimana bootstrap merupakan metode resampling data yang dapat dilakukan hanya berdasarkan data yang dimiliki dan dapat digunakan dalam pendugaan parameter serta penyusunan selang kepercayaan tanpa perlu mengetahui distribusi populasi dari sampel yang dimiliki. Metode bootstrap diperkenalkan oleh Efron pada 1979.

Ditegaskan oleh pernyataan Suparman (2012) bahwa tujuan utama penggunaan bootstrap

adalah untuk memperoleh penduga (estimasi) yang sebaik baiknya berdasarkan data yang minimal dengan bantuan program komputer.

Pendekatan pada bootstrap ini menggunakan metode pengambilan sampel berulang (*resample*) dari data pengamatan yang telah ada. Dalam konteks regresi dan untuk menduga parameter dalam analisis regresi dengan melakukan resampling hanya berdasarkan sampel yang sudah ada. Shaw dan Tu (1995) mengungkapkan bahwa metode bootstrap dapat dilakukan dengan beberapa cara yaitu: bootstrap berdasarkan residual dan bootstrap data berpasangan. Bootstrap berdasarkan residual merupakan metode resampling yang proses resamplingnya dilakukan pada data residual yang diperoleh dari model analisis regresi sedangkan metode bootstrap data berpasangan merupakan metode resampling yang dilakukan berdasarkan hubungan pada pasangan variabel bebas dan variabel terikat dengan mempertahankan korelasi antara variabel bebas dan variabel terikat pada model analisis regresi.

Metode

Prosedur penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Membangkitkan data simulasi dengan parameter regresi dan sehingga membentuk model regresi linear sederhana dengan bantuan program MatLab 2009b;
2. Membangkitkan data simulasi dengan kasus pencilan berdasarkan data simulasi. Data pencilan akan dibagi menjadi tiga kasus yaitu, 5% pencilan, 10% pencilan dan 15% pencilan;
3. Menguji asumsi kenormalan data simulasi yang telah memuat pencilan dengan metode Anderson- Darling;
4. Menduga parameter dan pada data simulasi berdasarkan a dan b dengan Metode Kuadrat Terkecil (MKT), bias penduga parameter dan selang kepercayaan MKT.
5. Menerapkan metode bootstrap data berpasangan (*Paired Bootstrap*) pada data berpasangan (x, y) dengan kasus pencilan.

Jumlah pengulangan sebanyak 250; 500; 1.000; dan 5.000 kali pengulangan.

6. Menguji kembali asumsi kenormalan pada data yang telah diresampling dengan bootstrap data berpasangan.
7. Melakukan pendugaan parameter bootstrap, menghitung bias dari penduga bootstrap dan selang kepercayaan bootstrap.
8. Hasil dari pendugaan kemudian akan dianalisis dan dibuat kesimpulan.

Hasil dan Pembahasan

Data simulasi dalam penelitian ini adalah data yang dibangkitkan menggunakan program komputer dalam hal ini program yang digunakan adalah MatLab 2009b. Data yang akan dibangkitkan merupakan data univariat yaitu data dengan variabel bebas (X) dan variabel terikat (Y). Nilai variabel bebas yang dibuat adalah 1, 2, 3, ..., 60 dengan memisalkan nilai parameter regresi $\alpha = 2$ dan $\beta = 1, 3$ dan 5. Dari nilai yang telah diketahui yaitu nilai parameter dan nilai variabel bebas kemudian dibangkitkan nilai untuk variabel terikat yaitu dengan menggunakan persamaan regresi:

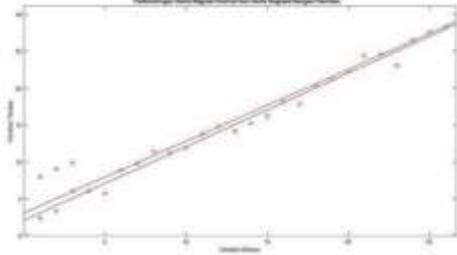
$$Y_i = \alpha + \beta X_i + \varepsilon_i$$

ε_i merupakan galat dalam sistem analisis regresi dimana dalam data simulasi akan dibangkitkan berdasarkan distribusi normal dengan rata-rata 0 dan varians 1. Data simulasi diberikan pencilan dengan beberapa kelompok pencilan yaitu pencilan 5%, 10% dan 15%. Nilai pencilan pada data simulasi dibuat dengan merubah nilai rata-rata dan standar deviasi dari galat menjadi 5 dan 0,1, sesuai jumlah pencilan yang akan dibuat.

Secara garis besar data simulasi akan dibedakan menjadi beberapa kasus yaitu: data simulasi awal atau data simulasi tanpa pencilan; data simulasi dengan 5% pencilan; data simulasi dengan 10% pencilan; dan data simulasi dengan 15% pencilan.

Data simulasi tanpa pencilan selanjutnya dianalisis dengan menggunakan diagram pencar dengan tujuan untuk menunjukkan

apakah data yang telah diberikan pencilan memberikan perbedaan dengan data awal tanpa pencilan. Diagram pencar untuk data tersebut ditunjukkan pada Gambar 1.



Gambar 1. Diagram pencar data dengan 5% pencilan untuk $\beta = 1$

Gambar 1 menunjukkan bahwa pencilan merupakan data pengamatan yang berada cukup jauh dari garis regresi dan pada diagram pencar jelas terlihat bagaimana pencilan mengakibatkan posisi dari data regresi menjadi berubah dari posisi awalnya, setelah adanya pencilan pada data pengamatan maka garis regresi yang dihasilkan pada diagram pencar memiliki kemiringan yang berbeda dengan garis regresi pada data awal.

Data simulasi dengan kasus pencilan selanjutnya akan di-*resampling* berdasarkan prinsip *resampling* bootstrap data berpasangan. Sampel bootstrap diperoleh dengan tetap mempertahankan hubungan pasangan dari variabel bebas dan variabel terikat (x, y) pada data simulasi. Jumlah pengulangan yang diberikan sebanyak 250, 500, 1000 dan 5000 pengulangan, untuk masing-masing nilai parameter yang telah diasumsikan.

Tabel 1 menunjukkan uji Anderson-Darling pada data simulasi dengan kasus tanpa pencilan atau data awal memiliki distribusi normal karena nilai uji Anderson-Darling (A) lebih kecil dibandingkan nilai kritis (*critical value*). Data simulasi dengan kasus telah memuat pencilan yakni dengan pencilan 5%, 10%, dan 15% tidak berdistribusi normal karena nilai uji Anderson-Darling (A) lebih besar dibandingkan nilai kritis.

Tabel 1. Uji normalitas untuk data awal dan data dengan pencilan

Tipe Data	Statistik Uji Anderson-Darling (A)	Critical Value (CV)	Keputusan
$\beta = 1$			
Tanpa Pencilan	0.39299	0.74196	Normal
5% Pencilan	1.6781	0.74196	Tidak Normal
10% Pencilan	2.8914	0.74196	Tidak Normal
15% Pencilan	3.6046	0.74196	Tidak Normal
$\beta = 3$			
Tanpa Pencilan	0.39299	0.74196	Normal
5% Pencilan	1.6781	0.74196	Tidak Normal
10% Pencilan	2.8914	0.74196	Tidak Normal
15% Pencilan	3.6046	0.74196	Tidak Normal
$\beta = 5$			
Tanpa Pencilan	0.39299	0.74196	Normal
5% Pencilan	1.6781	0.74196	Tidak Normal
10% Pencilan	2.8914	0.74196	Tidak Normal
15% Pencilan	3.6046	0.74196	Tidak Normal

Tabel 2 menunjukkan bahwa setelah dilakukan *resampling* pada data simulasi dengan kasus pencilan, sampel bootstrap pada data dengan pencilan 5%, 10% dan 15% pada tiap pengulangan bootstrap yaitu: 250, 500, 1000 dan 5000 pengulangan data yang dihasilkan tidak berdistribusi normal.

Tabel 3 menunjukkan bahwa penduga parameter regresi untuk parameter $\beta = 1$ pada data tanpa pencilan dengan MKT menghasilkan penduga parameter yang BLUE (*Best Linear Unbiased Estimator*) yaitu penduga parameter yang bersifat linear, penduga parameter yang tidak bias dan penduga parameter yang termuat dalam selang kepercayaan penduga parameter regresi. Pada data simulasi dengan kasus 5% pencilan penduga MKT tidak lagi BLUE dan jauh dari nilai parameter regresi dengan nilai bias yang lebih besar.

Tabel 2. Uji normalitas untuk data simulasi yang telah diresampling dengan bootstrap

Tipe Data	Statistik Uji Anderson-Darling (A)	Critical Value (CV)	Keputusan
$\beta = 1$			
5% Pencilan	1.287	0.74196	Tidak Normal
10% Pencilan	2.9748	0.74196	Tidak Normal
15% Pencilan	3.9772	0.74196	Tidak Normal
$\beta = 3$			
5% Pencilan	3.0906	0.74196	Tidak Normal
10% Pencilan	2.4008	0.74196	Tidak Normal
15% Pencilan	4.3075	0.74196	Tidak Normal
$\beta = 5$			
5% Pencilan	1.5934	0.74196	Tidak Normal
10% Pencilan	4.3375	0.74196	Tidak Normal
15% Pencilan	3.6882	0.74196	Tidak Normal

Setelah dilakukan resampling bootstrap data berpasangan pada data simulasi dengan 5% pencilan untuk parameter $\beta = 1$, hasil pendugaan parameter yang diperoleh dengan menggunakan persamaan:

$$\bar{\beta} = \frac{\sum_{b=1}^B \hat{\beta}^{*b}}{B}$$

Tabel 3. Penduga parameter $\beta = 1$; 5% pencilan

Tipe Data	Nilai Penduga Parameter	Bias	Selang Keperc. 95%	Selang Keperc. 99%
Tanpa Pencilan	0.99601	0.0039933	0.98068-1.0113	0.97561-1.0164
5% Pencilan	0.9717	0.0283	0.94907-0.99433	0.94159-1.0018
Boots 250	0.97245	-0.023558	0.94882-0.99497	0.93469-1.0075
Boots 500	0.97224	-0.023771	0.94996-0.99492	0.93564-1.0028
Boots 1000	0.97262	-0.023383	0.94996-0.99502	0.93828-1.0023
Boots 5000	0.97219	-0.023822	0.94891-0.99436	0.93964-1.0023

Nilai dari penduga parameter bootstrap tidak berbeda jauh dengan pendugaan parameter dengan MKT. Nilai pendugaan parameter bootstrap yang paling baik diperoleh pada pengulangan ke 1000 dengan

nilai bias yang lebih kecil dibanding pengulangan bootstrap yang lainnya.

Tabel 4. Penduga parameter $\beta = 1$; 10% pencilan

Tipe Data	Nilai Penduga Parameter	Bias	Selang Keperc. 95%	Selang Keperc. 99%
10% Pencilan	0.94986	0.050145	0.92175-0.97796	0.91246-0.98725
Boots 250	0.95002	-0.045991	0.92354-0.97474	0.913-0.98796
Boots 500	0.95018	-0.045827	0.92501-0.976	0.9164-0.98809
Boots 1000	0.95001	-0.045996	0.92578-0.97519	0.9164-0.98741
Boots 5000	0.95041	-0.045596	0.9265-0.97575	0.91669-0.98755

Tabel 4 dan Tabel 5 menunjukkan data simulasi dengan kasus 10% pencilan dan 15% pencilan. Pendugaan parameter dengan MKT menghasilkan nilai penduga parameter yang jauh dari nilai parameter regresi dengan nilai bias yang besar.

Tabel 5. Penduga parameter $\beta = 1$; 15% pencilan

Tipe Data	Nilai Penduga Parameter	Bias	Selang Keperc. 95%	Selang Keperc. 99%
15% Pencilan	0.93377	0.066235	0.90096-0.96658	0.89011-0.97742
Boots 250	0.93495	-0.061053	0.90967-0.96164	0.89754-0.96884
Boots 500	0.93477	-0.06124	0.90936-0.96108	0.9012-0.97342
Boots 1000	0.93373	-0.062278	0.90905-0.96054	0.9012-0.97005
Boots 5000	0.9343	-0.061706	0.90998-0.96058	0.90121-0.97333

Data simulasi pada kasus 10% dan 15% pencilan untuk parameter $\beta = 1$ diresampling menggunakan Paired Bootstrap dengan menggunakan persamaan:

$$Bias_{*}(\bar{\beta}^{*}) = \frac{1}{B} \sum_{b=1}^B \bar{\beta}^{*b} - \beta$$

diperoleh hasil dari bias penduga parameter dengan menggunakan metode Paired Bootstrap (PB) yang mengalami sedikit koreksi.

Tabel 6 menunjukkan hasil dari penduga parameter MKT dan bootstrap data berpasangan pada kasus data simulasi dengan

5% pencilan untuk parameter $\beta = 3$. Penduga parameter MKT pada data awal menghasilkan penduga yang BLUE setelah data simulasi memuat pencilan penduga parameter MKT tidak lagi menghasilkan penduga yang BLUE. Penduga parameter yang lebih baik terjadi pada pengulangan ke 250 dengan nilai bias yang lebih kecil.

Tabel 6. Penduga parameter $\beta = 3$; 5% pencilan

Tipe Data	Nilai Penduga Parameter	Bias	Selang Keperc. 95%	Selang Keperc. 99%
Tanpa Pencilan	2.996	0.0039933	2.9807-3.0113	2.9756-3.0164
5% Pencilan	2.9717	0.0283	2.9491-2.9943	2.9416-3.0018
Boots 250	2.9731	-0.022935	2.9504-2.9952	2.9418-3.0089
Boots 500	2.9718	-0.024256	2.9469-2.9947	2.9361-3.0065
Boots 1000	2.972	-0.023967	2.9463-2.9949	2.9369-3.004
Boots 5000	2.9718	-0.024205	2.9478-2.9941	2.9393-3.0028

Tabel 7 menunjukkan hasil penduga parameter regresi pada data simulasi dengan kasus 10% pencilan untuk parameter regresi $\beta = 3$. Penduga parameter MKT tidak lagi BLUE dan bias yang dihasilkan jauh lebih besar. Penduga parameter bootstrap yang lebih baik diperoleh pada pengulangan ke 500 dengan nilai bias yang lebih kecil.

Tabel 7. Penduga parameter $\beta = 3$; 10% pencilan

Tipe Data	Nilai Penduga Parameter	Bias	Selang Keperc. 95%	Selang Keperc. 99%
10% Pencilan	2.9499	0.050145	2.9218-2.978	2.9125-2.9873
Boots 250	2.9506	-0.045399	2.9248-2.9734	2.9171-2.9803
Boots 500	2.9507	-0.045339	2.9254-2.9736	2.9157-2.9827
Boots 1000	2.9502	-0.04585	2.9256-2.9741	2.9159-2.985
Boots 5000	2.9503	-0.045746	2.926-2.976	2.9173-2.9873

Tabel 8 menunjukkan hasil penduga parameter regresi pada data simulasi dengan kasus 15% pencilan untuk parameter regresi $\beta = 3$. Penduga parameter MKT tidak lagi BLUE

dan bias yang dihasilkan jauh lebih besar. Penduga parameter bootstrap yang lebih baik diperoleh pada pengulangan ke 5000 dengan nilai bias yang lebih kecil.

Tabel 8. Penduga parameter $\beta = 3$; 15% pencilan

Tipe Data	Nilai Penduga Parameter	Bias	Selang Keperc. 95%	Selang Keperc. 99%
15% Pencilan	2.9338	0.066235	2.901-2.9666	2.8901-2.9774
Boots 250	2.9325	-0.06351	2.9087-2.9547	2.9026-2.9645
Boots 500	2.9337	-0.062321	2.9093-2.958	2.903-2.9686
Boots 1000	2.9335	-0.062491	2.9096-2.9588	2.901-2.9715
Boots 5000	2.9341	-0.061933	2.9092-2.96	2.9-2.9727

Tabel 9 menunjukkan hasil dari penduga parameter MKT dan bootstrap data berpasangan pada kasus data simulasi dengan 5% pencilan untuk parameter $\beta = 5$. Penduga parameter MKT pada data awal menghasilkan penduga yang BLUE setelah data simulasi memuat pencilan penduga parameter MKT tidak lagi menghasilkan penduga yang BLUE. Penduga parameter yang lebih baik diperoleh pada pengulangan ke 250 dengan nilai bias yang lebih kecil.

Tabel 9. Penduga parameter $\beta = 5$; 5% pencilan

Tipe Data	Nilai Penduga Parameter	Bias	Selang Keperc. 95%	Selang Keperc. 99%
5% Pencilan	4.9717	0.0283	4.9491-4.9943	4.9416-5.0018
Boots 250	4.9731	-0.022954	4.948-4.9976	4.9388-5.006
Boots 500	4.9723	-0.023702	4.9495-4.9943	4.9404-5.0049
Boots 1000	4.9721	-0.023924	4.9499-4.9943	4.9404-5.0029
Boots 5000	4.9717	-0.024286	4.9489-4.9938	4.9391-5.0024

Tabel 10 menunjukkan hasil dari penduga parameter MKT dan bootstrap data berpasangan pada kasus data simulasi dengan 10% pencilan untuk parameter $\beta = 5$. Penduga parameter MKT tidak lagi menghasilkan penduga yang BLUE. Penduga parameter yang

lebih baik diperoleh pada pengulangan ke 250 dengan nilai bias yang lebih kecil.

Tabel 10. Penduga parameter $\beta = 5$; 10% pencilan

Tipe Data	Nilai Penduga Parameter	Bias	Selang Keperc. 95%	Selang Keperc. 99%
10% Pencilan	4.9499	0.050145	4.9218-4.978	4.9125-4.9873
Boots 250	4.9515	-0.044547	4.9263-4.9786	4.9149-4.9862
Boots 500	4.9503	-0.045658	4.9248-4.9773	4.9164-4.9854
Boots 1000	4.9498	-0.046195	4.9261-4.9758	4.9162-4.9862
Boots 5000	4.9503	-0.045749	4.9258-4.9757	4.9157-4.9868

Tabel 11 menunjukkan hasil dari penduga parameter MKT dan bootstrap data berpasangan pada kasus data simulasi dengan 15% pencilan untuk parameter $\beta = 5$. Penduga parameter MKT tidak lagi menghasilkan penduga yang BLUE. Penduga parameter yang lebih baik diperoleh pada pengulangan ke 1000 dengan nilai bias yang lebih kecil.

Tabel 11. Penduga parameter $\beta = 5$; 15% pencilan

Tipe Data	Nilai Penduga Parameter	Bias	Selang Keperc. 95%	Selang Keperc. 99%
15% Pencilan	4.9338	0.066235	4.901-4.9666	4.8901-4.9774
Boots 250	4.9326	-0.063432	4.9086-4.9562	4.9042-4.9663
Boots 500	4.9341	-0.061918	4.9099-4.9602	4.9051-4.9708
Boots 1000	4.9345	-0.06153	4.9096-4.9609	4.9022-4.9732
Boots 5000	4.9341	-0.061899	4.9094-4.9609	4.9-4.9723

Penutup

Kesimpulan yang diperoleh dari penelitian bagaimana mengatasi bias pada penduga parameter pada metode kuadrat terkecil (MKT) dalam analisis regresi linear sederhana dengan bootstrap antara lain:

1. Adanya pencilan pada data pengamatan jelas mengakibatkan data menjadi tidak berdistribusi normal ini ditunjukkan pada hasil uji dengan menggunakan uji Anderson-

Darling pada Tabel 1 dan 2 dimana setelah adanya pencilan data simulasi tidak lagi berdistribusi normal. Setelah dilakukan resampling bootstrap pada data simulasi dengan kasus pencilan 5%, 10% dan 15% tetap menghasilkan data yang tidak berdistribusi normal.

2. Adanya pencilan pada data pengamatan, baik dalam kasus pencilan sebesar 5%, 10% dan 15% dari data pengamatan mengakibatkan nilai bias pada penduga parameter menjadi lebih besar dibandingkan bias pada penduga parameter MKT pada data simulasi tanpa pencilan.
3. Hasil dari penduga parameter dengan menggunakan bootstrap data berpasangan (paired bootstrap) tidak berbeda jauh dibandingkan dengan MKT. Dalam kasus data simulasi dengan 5% pencilan, penduga bootstrap data berpasangan menghasilkan penduga parameter yang BLUE (*Best Linear Unbiased Estimator*) untuk selang kepercayaan 99% pada tiap nilai parameter yang diasumsikan.
4. Nilai bias yang diperoleh dengan menggunakan metode bootstrap data berpasangan pada setiap pengulangan mampu mengoreksi sedikit nilai bias yang dihasilkan melalui penduga parameter dengan MKT, untuk tiap nilai parameter dan untuk setiap nilai pencilan yang diberikan.
5. Jika dilakukan perbandingan dengan penelitian terdahulu yang dilakukan oleh Astari, dkk (2014). Pada penelitian sebelumnya metode bootstrap yang digunakan adalah bootstrap residual, hasil dari penelitian sebelumnya adalah untuk kasus data simulasi dengan 5% pencilan, menghasilkan penduga parameter yang BLUE untuk selang kepercayaan 95% dan 99%. Sedangkan dalam penelitian ini hasil penduga parameter BLUE diperoleh hanya pada selang kepercayaan 99%.

Dalam penelitian ini analisis regresi yang digunakan adalah analisis regresi linear sederhana, untuk kelanjutan penelitian mengenai bootstrap data berpasangan dalam menduga parameter regresi dapat digunakan dalam analisis regresi berganda atau analisis regresi yang lainnya, dengan membangkitkan pencilan langsung

pada data variabel bebas atau variabel terikat dalam sistem. Untuk penerapan daripada penelitian ini dapat diteliti dengan data real atau data yang sudah ada sebelumnya pada studi kasus tertentu.

Weisberg, S., (2007): *Aplied Linear Regression*, Vol. 1 of 1, John Wiley and Son Inc, New York.

Daftar Pustaka

- Astari, D. (2014): Jurnal: Penerapan metode bootstrap residual dalam mengatasi bias pada penduga parameter analisis regresi, *E-jurnal Matematika Universitas Udayana Bali*, 3(4), 130–137.
- Dekking, dkk. (2005): *A modern introduction to probability and sttatistics*, Vol. 1 of 1, Springer Science and business media, New York.
- Draper dan Smith (1992): *Analisis Regresi Terapan, 2nd Edition*, PT Gramedia Pustaka Utama, Jakarta.
- Dudewicz, E. J., dan satya N Mirsa (1995): *Modern mathematical statistics*, Vol. 1 of 1, ITB, Bandung.
- Efron dan Thibsrani (1993): *An introduction to the bootstrap, 2nd Edition*, Chapman and Hall, New York.
- Fallo, dkk. (2013): Jurnal: Uji normalitas berdasarkan metode Anderson Darlingg, *Mathematics*, 152.
- Michael, C., (2007): *Bootstrap Methods: A Guide for Practitioners and Researchers*, Vol. 1 of 2, A John Wiley and sons, inc., Publication, New York.
- Paludi, S., (2009): Jurnal: Identifikasi dan pengaruh data pencilan(outlier), *Mathematics*, VI, 56–62.
- Rousseeuw dan Leroy (1987): *Robust Regression and Outlier Detection, 1st Edition*, John Wiley and Sons, New York.
- Shaw, J., dan Tu, D., (1995): *The Jackknife and bootstrap, 1st Edition*, Springer science and business media, New York.
- Simamora, E., (2015): *Sifat Asimtotik Variansi Kriging Bootstraping Semiparametrik Dalam Simulasi Deterministik*, Disertasi Matematika Universitas Gadjah Mada Yogyakarta, 36–41.
- Suparman (2012): *Pengantar Bootstrap dan Aplikasinya*, Vol. 1 of 1, JPMIPA FKIP UAD Press, Yogyakarta.
- Walpole, R., (2000): *Ilmu Peluang dan Statistika untuk Insinyur dan Ilmuwan*, 9, ITB, Bandung.