

Menguji Kestabilan dan Kekonsistenan Metode Heun Pada Model Epidemi *Susceptible, Exposed, Infected and Recovered* Untuk Penyakit Demam Berdarah Dengue

Essa Novalia dan Hamidah Nasution

Jurusan Matematika, FMIPA, Universitas Negeri Medan, Medan, Indonesia, 20221

e-mail: essanovaliaessa@gmail.com

Abstract *The Heun method is an improvement from the Euler method so that it has better accuracy, because in the Heun method, the solution of the Euler method is used as a predictor solution and then the initial estimation solution is corrected by the Heun method (corrector). In this study the method of Heun was used to complete the epidemic model of Susceptible, Exposed, Infected and Recovered (SEIR) of dengue fever while at the same time observing the stability and consistency of the Heun method. The observations of the Heun method are seen geometrically. From the results of the study it was found that the heun method was a stable and consistent method for finding solutions for almost the SEIR epidemic model. While from the data and completion of the approach obtained, the area of Medan Helvetia Subdistrict and Medan Sunggal District is an area that is endemic to dengue hemorrhagic fever. [TESTING THE STABILITY AND CONSISTENCY OF THE HEUN METHOD IN THE SUSCEPTIBLE, EXPOSED, INFECTED AND RECOVERED EPIDEMIC MODEL FOR DENGUE FEVER](J. Sains Indon., 42(1): 52-58, 2018)*

Kata kunci:
Heun Method,
Epidemic Model,
Dengue Fever

Pendahuluan

Persoalan yang melibatkan model matematika banyak muncul dalam berbagai disiplin ilmu pengetahuan. Salah satunya adalah tentang penyebaran penyakit demam berdarah dengue yang telah dirumuskan dalam bentuk system persamaan diferensial biasa non linier oleh Side dan Noorani (2012). Model yang dibangun tersebut adalah model epidemic *Susceptible, Exposed, Infected* dan *Recovered* (SEIR). Dalam model ini dua faktor utama yang menyebabkan demam berdarah yaitu nyamuk sebagai *vector* dan manusia sebagai *host*.

Model SEIR membagi populasi manusia N_h ke dalam empat variabel yaitu manusia yang berpotensi untuk ditulari virus demam berdarah (S_h), manusia yang memperlihatkan gejala ditulari virus demam berdarah (E_h), manusia yang terinfeksi virus demam berdarah (I_h), dan manusia yang telah sembuh (R_h). Sedangkan populasi nyamuk atau vector (N_v) dibagi menjadi tiga variabel yaitu, nyamuk yang berpotensi untuk ditulari virus demam berdarah (S_v), nyamuk

yang rentan tetapi belum terinfeksi kepada penularan (E_v), dan nyamuk yang telah ditulari virus demam berdarah (I_v). Berikut merupakan model SEIR penyakit demam berdarah dengue (Side 2015).

Populasi manusia:

$$\begin{aligned}\frac{dS_h}{dt} &= \mu_h N_h - \left(\frac{\beta_h}{N_h}\right) S_h E_h \\ \frac{dE_h}{dt} &= \left(\frac{\beta_h b I_v}{N_h} + p\right) S_h - (\mu_h + \varphi_h) E_h, \\ \frac{dI_h}{dt} &= \varphi_h E_h - (\mu_h + \gamma_h + \alpha_h) I_h, \\ \frac{dR_h}{dt} &= \gamma_h I_h - \mu_h R_h\end{aligned}\quad (1)$$

Populasi Vektor (Nyamuk):

$$\begin{aligned}\frac{dS_v}{dt} &= A - \left(\frac{\beta_v b I_h}{N_h} + \mu_v\right) S_v \\ \frac{dE_v}{dt} &= \left(\frac{\beta_v b I_h}{N_h}\right) S_v - (\mu_v + \delta_v) E_v,\end{aligned}\quad (2)$$

$$\frac{dI_h}{dt} = \delta_v E_v - \mu_v I_v,$$

Model matematika berdasarkan kondisi di atas:

$$\begin{aligned} \frac{dS}{dt} &= b - \mu_s - \frac{\beta SI}{N}, & S(0) &= S_0 > 0 \\ \frac{dE}{dt} &= \frac{\beta SI}{N} - (\mu + \delta)E, & E(0) &= E_0 > 0 \\ \frac{dI}{dt} &= \delta E - (\mu + \gamma)I, & I(0) &= I_0 > 0 \\ \frac{dR}{dt} &= \gamma I - \mu R, & R(0) &= R_0 > 0 \end{aligned} \quad (3)$$

Model matematika penyakit demam berdarah dengue tersebut sudah di uji kestabilannya oleh Side, dkk (2015). Karena berbentuk Persamaan Diferensial Biasa non linear maka sulit untuk menyelesaikannya secara analitik sehingga dibutuhkan metode numerik.

Metode numerik adalah salah satu cara dalam menyelesaikan persamaan diferensial. Tidak seperti metode analitik yang menghasilkan solusi sejati, dalam metode numerik hasil yang diperoleh berupa solusi pendekatan. Adapapun metode numerik dibagi menjadi 2 kelompok besar, yaitu metode satu langkah, sebab untuk menaksir nilai $y(x_{r+1})$ dibutuhkan satu buah taksiran nilai sebelumnya, $y(x_r)$ dan metode banyak langkah, sebab perkiraan nilai $y(x_{r+1})$ membutuhkan beberapa taksiran nilai sebelumnya, $y(x_r), y(x_{r-1}), y(x_{r-2})$.

Yang termasuk ke dalam metode banyak langkah adalah metode *predictor-corrector*, metode Heun adalah metode *predictor-corrector*, namun metode Heun bukanlah metode banyak langkah, sebab taksiran nilai, $y(x_{r+1})$ hanya didasarkan pada taksiran $y(x_r)$. Pada metode *predictor-corrector* ditaksir nilai $y(x_{r+1})$ dari $y(x_r); y(x_{r-1}), y(x_{r-2})$ dengan persamaan *predictor*, dan kemudian menggunakan persamaan *corrector* untuk menghitung nilai $y(x_{r+1})$ yang lebih baik (*improve*).

Beberapa metode *predictor-corrector (P-C)* yang termasuk ke dalam metode banyak langkah adalah metode Adams - Bashforth-

Moulton, metode Milne-Simpson, dan metode Hamming. Metode yang termasuk dalam metode satu langkah adalah metode Euler, metode Heun, metode deret Taylor, dan metode Runge Kutta (Munir 2013).

Model epidemi SEIR untuk penyakit demam berdarah dengue sudah pernah diselesaikan dengan menggunakan Metode Iterasi Variasi, Metode Perturbasi Homotopi, Metode Analisis Homotopi, Metode Dekomposisi Adomian Multistage Dan Metode Runge Kutta Orda 4. (Side dan Molliq, 2015)

Penelitian yang dilakukan merupakan penyelesaian numerik dari model epidemi SEIR untuk penyakit demam berdarah dengue dengan menggunakan metode Heun sekaligus mengamati kestabilan dan kekosistenan metode Heun dalam menyelesaikan sistem persamaan diferensial. Pada penelitian ini, permasalahan dibatasi pada Model Epidemi *Susceptible, Exposed, Infected* dan *Recovered* penyakit demam berdarah dengue yang dibangun oleh Side dan Noorani (2012) dan software yang digunakan adalah Maple 18. Untuk mendapatkan penyelesaian hampiran model SEIR digunakan metode Heun.

Metode

Secara sistematis, langkah-langkah yang dilakukan dalam penelitian ini dijelaskan sebagai berikut:

1. Pembangunan Skema Numerik Model SEIR dengan metode Heun Untuk menyelesaikan model SEIR akan di bangun skema numerik metode. Model SEIR akan diselesaikan dengan mensubstitusikan nilai parameter-parameter yang sudah ditentukan (Tabel 1). Nilai parameter ini merujuk pada Side (2012).
2. Melakukan Input Algoritma pada Maple 18.
3. Melakukan pengamatan terhadap hasil solusi analitik dari model SEIR. Adapun hal yang diamati adalah kestabilan dan kekonsistenan metode Heun dalam menyelesaikan sistem persamaan diferensial model SEIR.
4. Menarik Kesimpulan.

Tabel 1. Nilai parameter penyebaran penyakit DBD

Nama parameter	Notasi	Nilai
• Probabilitas manusia sembuh dari terinfeksi virus <i>dengue</i>	γ_h	0,328833
• Laju kematian manusia disebabkan virus <i>dengue</i>	α_h	0,0000002
• Probabilitas manusia terinfeksi virus <i>dengue</i>	φ_h	0,16667
• Presentase nyamuk terinfeksi virus <i>dengue</i>	ρ	0,09
• Probabilitas nyamuk terinfeksi virus <i>dengue</i>	δ_v	0,1428
• Laju kematian manusia	μ_h	0,000046
• Laju kematian nyamuk	μ_v	0,0323
• Laju kontak dari manusia ke vektor	$b\beta_h$	0,75
• Laju kontak dari manusia ke vektor	$b\beta_v$	0,375
• Banyak kelahiran nyamuk	$A = 1\% \times N$	2899,56

Hasil dan Pembahasan

Secara umum, langkah-langkah dalam menyelesaikan sistem persamaan (3) secara numerik dengan metode Heun adalah:

1. Menentukan besarnya nilai parameter yang terdapat dalam sistem persamaan diferensial (3).
2. Menentukan besarnya lima variabel bebas pada saat $t = 0$ (waktu), yaitu x_0, u_0, y_0, w_0 dan z_0 .
3. Menentukan nilai t (waktu) yang akan ditentukan penyelesaiannya beserta besarnya ukuran langkah (h).
4. Menuliskan skema numerik metode Heun untuk model SEIR penyakit demam berdarah *dengue*.
5. Menghitung nilai predictor dari lima variable terikat, yaitu $x^{(r+1)}, u^{(r+1)}, y^{(r+1)}, w^{(r+1)}$ dan $z^{(r+1)}$.
6. Menghitung nilai corrector dari lima variabel terikat, yaitu $x^{(r+1)}, u^{(r+1)}, y^{(r+1)}, w^{(r+1)}$ dan $z^{(r+1)}$ dengan menggunakan nilai predictornya.

Langkah 1. Menentukan besarnya nilai parameter yang terdapat dalam sistem persamaan diferensial (3)

- Laju individu sembuh dari terinfeksi virus *dengue*: $\gamma_h = 0.328830$
- Laju kematian individu disebabkan virus *dengue*: $\alpha_h = 0,0000002$
- Laju individu terinfeksi virus *dengue*: $\varphi_h = 0.16667$
- Presentase vektor terinfeksi virus *dengue*: $p = 0.09$
- Laju vektor terinfeksi virus *dengue*: $\delta_v = 0.1428$
- Laju kematian individu: $\mu_h = 0.000046$
- Laju kematian vektor: $\mu_v = 0.0323$
- Laju kontak dari vektor ke individu: $\gamma_v = 0.375$
- Laju kontak dari individu ke vektor: $b\beta_v = 0.75$
- Banyak kelahiran nyamuk $A = 1\% \times N_h = 1\% \times 289956 = 2899.56$
- $\alpha = \frac{b\beta_h A}{N_h \mu_v} = 0.232198142$

Langkah 2. Menentukan besarnya lima variabel bebas pada saat $t = 0$ (waktu), yaitu x_0, u_0, y_0, w_0 dan z_0 Berdasarkan Side, dkk (2015) diketahui data penyakit DBD di kecamatan Medan Helvetia dan kecamatan Medan Sunggal ditunjukkan pada Tabel 2.

Tabel 2. Data penyakit DBD di kec. Medan Helvetia dan kec. Medan Sunggal

	Tahun 2016			Tahun 2017		
	Kec. Medan Helvetia	Kec. Medan Sunggal	Total	Kec. Medan Helvetia	Kec. Medan Sunggal	Total
	S_k	145,039	144,526	289,565	145,207	148,013
E_k	5	9	14	7	24	31
I_k	96	89	185	150	147	297
R_k	99	93	192	155	176	331
N_k	145,239	144,717	289,956	145,519	148,360	293,879

Dari Tabel 2, dapat diperoleh kondisi awal jumlah penduduk pada tahun 2013 dan tahun 2014 adalah sebagai berikut :

1. Tahun 2013 $S_h(0) = 289565, E_h(0) = 14, I_h(0) = 185, N_h = 289956$ Maka, $x(0) = 0.998652; u(0) = 0.000048; dany(0) = 0.000638$. Kondisi awal jumlah vektor diperoleh dari penelitian Side dan Noorani (2012) dengan mengasumsikan bahwa daerah

yang sama yaitu daerah endemik pada penyakit DBD: $w(0)=0.01$ dan $z(0)=0.056$.

- Tahun 2014 $S_h(0) = 293220, E_h(0) = 31, I_h(0) = 297, N_h = 293879$ Maka, $x(0) = 0.997758; u(0) = 0.001011; y(0) = 0.000638$. Kondisi awal jumlah vektor diperoleh dari penelitian Side dan Noorani (2012) dengan mengasumsikan bahwa daerah yang sama yaitu daerah endemik pada penyakit DBD: $w(0)=0.01$ dan $z(0)=0.056$.

Langkah 3. Menentukan nilai t (waktu) yang akan ditentukan penyelesaiannya beserta besarnya ukuran langkah (h) Penulis menentukan nilai t (waktu) yang akan diselesaikan adalah pada saat $t = 60$ bulan dengan ukuran langkah $h = 0,5$. Sehingga jumlah langkah atau jumlah iterasi diperoleh sebagai berikut : $n = \frac{60-0}{0.5} = 120$ iterasi.

Langkah 4. Menuliskan skema numerik metode Heun untuk model SEIR penyakit demam berdarah dengue

• *Predictor*

- $x_{r+1}^0 = x_r + 0.5f(t_r, x_r, u_r, y_r, w_r, z_r)x_{r+1}^0 = x_r + 0.5(\mu_h(1 - x_r) - px_r - \alpha x_r z_r)$
- $u_{r+1}^0 = u_r + 0.5f(t_r, x_r, u_r, y_r, w_r, z_r)u_{r+1}^0 = u_r + 0.5((\alpha z_r + p)x_r - (\mu_h + \varphi_h)u_r)$
- $y_{r+1}^0 = y_r + 0.5f(t_r, x_r, u_r, y_r, w_r, z_r)y_{r+1}^0 = y_r + 0.5(\varphi_h u_r - (\mu_h + \gamma_h + \alpha_h)y_r)$
- $w_{r+1}^0 = w_r + 0.5f(t_r, x_r, u_r, y_r, w_r, z_r)w_{r+1}^0 = w_r + 0.5(\gamma_v(1 - z_r - w_r)y_r - (\mu_v + \delta_v)w_r)$
- $z_{r+1}^0 = z_r + 0.5f(t_r, x_r, u_r, y_r, w_r, z_r)z_{r+1}^0 = z_r + 0.5(\delta_v w_r - \mu_v z_r)$

• *Corrector*

- $x_{r+1} = x_r + 0.25[f(t_r, x_r, u_r, y_r, w_r, z_r) + f(t_{r+1}, x_{r+1}^0, u_{r+1}^0, y_{r+1}^0, w_{r+1}^0, z_{r+1}^0)]x_{r+1} = x_r + 0.25[\mu_h(1 - x_r) - px_r - \alpha x_r z_r + \mu_h(1 - z_{r+1}^0) - px_{r+1}^0 - \alpha x_{r+1}^0 z_{r+1}^0]$
- $u_{r+1} = u_r + 0.25[f(t_r, x_r, u_r, y_r, w_r, z_r) + f(t_{r+1}, x_{r+1}^0, u_{r+1}^0, y_{r+1}^0, w_{r+1}^0, z_{r+1}^0)]u_{r+1} = 0.25[(\alpha z_r + p)x_r - (\mu_h + \varphi_h)u_r + (\alpha z_{r+1}^0 + p)x_{r+1}^0 - (\mu_h + \varphi_h)u_{r+1}^0]$
- $y_{r+1} = y_r + 0.25[f(t_r, x_r, u_r, y_r, w_r, z_r) + f(t_{r+1}, x_{r+1}^0, u_{r+1}^0, y_{r+1}^0, w_{r+1}^0, z_{r+1}^0)]y_{r+1} = y_r + 0.25[\varphi_h u_r - (\mu_h + \gamma_h + \alpha_h)y_r + \varphi_h u_{r+1}^0 - (\mu_h + \gamma_h + \alpha_h)y_{r+1}^0]$
- $w_{r+1} = w_r + 0.25[f(t_r, x_r, u_r, y_r, w_r, z_r) + f(t_{r+1}, x_{r+1}^0, u_{r+1}^0, y_{r+1}^0, w_{r+1}^0, z_{r+1}^0)]w_{r+1} = w_r + 0.25[\gamma_v(1 - z_r - w_r)y_r -$

$$(\mu_v + \delta_v)w_r + \gamma_v(1 - z_{r+1}^0 - w_{r+1}^0)y_{r+1}^0 - (\mu_v + \delta_v)w_{r+1}^0]$$

- $z_{r+1} = z_r + 0.25[f(t_r, x_r, u_r, y_r, w_r, z_r) + f(t_{r+1}, x_{r+1}^0, u_{r+1}^0, y_{r+1}^0, w_{r+1}^0, z_{r+1}^0)]z_{r+1} = z_r + 0.25[\delta_v w_r - \mu_v z_r + \delta_v w_{r+1}^0 - \mu_v z_{r+1}^0]$

Langkah 5. Menghitung nilai *predictor* darilima variabel terikat, yaitu $x_{r+1}, u_{r+1}, y_{r+1}, w_{r+1}$ dan z_{r+1}

• Iterasi pertama untuk tahun 2013

- $x_1^0 = x_0 + 0.5(\mu_h(1 - x_0) - px_0 - \alpha x_0 z_0)x_1^0 = 0.998652 + 0.5(0.000046(1 - 0.998652) - 0.09 * 0.99865 - 0.232198142 * 0.998652 * 0.056)x_1^0 = 0.9472199071$
- $u_1^0 = u_0 + 0.5((\alpha z_0 + p)x_0 - (\mu_h + \varphi_h)u_0)u_1^0 = 0.000048 + 0.5((0.232198142 * 0.056 + 0.09)0.998652 - (0.000046 + 0.16667)0.000048)u_1^0 = 0.05147612271$
- $y_1^0 = y_0 + 0.5(\varphi_h u_0 - (\mu_h + \gamma_h + \alpha_h)y_0)y_1^0 = 0.001011 + 0.5(0.001011 + 0.5(0.16667 * 0.000048 - (0.000046 + 0.32883 + 0.0000002)0.001011)y_1^0 = 0.0005370885722$
- $w_1^0 = w_0 + 0.5(\gamma_v(1 - z_0 + w_0)y_0 - (\mu_v + \delta_v)w_0)w_1^0 = 0.01 + 0.5(0.375(1 - 0.056 - 0.01)0.001011 - (0.0323 + 0.1428)0.01)w_1^0 = 0.00923622975$
- $z_1^0 = z_0 + 0.5(\delta_v w_0 - \mu_v z_0)z_1^0 = 0.056 + 0.5(0.1428 * 0.01 - 0.0323 * 0.056)z_1^0 = 0.05580960$

• Iterasi pertama untuk tahun 2014

- $x_1^0 = x_0 + 0.5(\mu_h(1 - x_0) - px_0 - \alpha x_0 z_0)x_1^0 = 0.997758 + 0.5(0.000046(1 - 0.997758) - 0.09 * 0.997758 - 0.232198142 * 0.997758 * 0.056)x_1^0 = 0.9463661707$
- $u_1^0 = u_0 + 0.5((\alpha z_0 + p)x_0 - (\mu_h + \varphi_h)u_0)u_1^0 = 0.000105 + 0.5((0.232198142 * 0.056 + 0.09)0.997758 - (0.000046 + 0.16667)0.000105)y_1^0 = 0.05148232892$
- $y_1^0 = y_0 + 0.5(\varphi_h u_0 - (\mu_h + \gamma_h + \alpha_h)y_0)y_1^0 = 0.000638 + 0.5(0.16667 * 0.000105 - (0.000046 + 0.32883 + 0.0000002)0.000638)y_1^0 = 0.0008535032559$
- $w_1^0 = w_0 + 0.5(\gamma_v(1 - z_0 + w_0)y_0 - (\mu_v + \delta_v)w_0)w_1^0 = 0.01 + 0.5(0.375(1 - 0.056 - 0.01)0.000638 - (0.0323 + 0.1428)0.01)w_1^0 = 0.00930155138$
- $z_1^0 = z_0 + 0.5(\delta_v w_0 - \mu_v z_0)z_1^0 = 0.056 + 0.5(0.1428 * 0.01 - 0.0323 * 0.056)z_1^0 = 0.05578620286$

Secara keseluruhan penyelesaian numerik dari model epidemi SEIR untuk penyakit demam berdarah dengue menggunakan aplikasi Maple 18.

Diketahui bahwa $x = \frac{S_h}{N_h}$; $u = \frac{E_h}{N_h}$; $y = \frac{I_h}{N_h}$; $w = \frac{S_v}{N_v}$; $z = \frac{I_v}{N_v}$ yang berarti masing-masing merupakan peluang dari S_h, E_h, I_h, E_v dan I_v terhadap penyakit demam berdarah dengue. Untuk tahun 2013, pada iterasi pertama diperoleh nilai peluang individu berada pada kelas individu rentan (S_h) adalah sebesar 0.9485553840, nilai peluang individu berada pada kelas *exposed* (E_h) adalah sebesar 0.04799776450, nilai peluang individu berada pada kelas *infected* (I_h) adalah sebesar 0.002688266717, nilai peluang nyamuk berada pada kelas *exposed* (E_v) adalah sebesar 0.00923622975 dan nilai peluang nyamuk berada pada kelas *infected* (I_v) adalah sebesar 0.05578387088.

Sedangkan untuk tahun 2014, pada iterasi pertama diperoleh nilai peluang individu berada pada kelas individu rentan (S_h) adalah sebesar 0.9477035006, nilai peluang individu berada pada kelas *exposed* (E_h) adalah sebesar 0.04800713400, nilai peluang individu berada pada kelas *infected* (I_h) adalah sebesar 0.008299862850, nilai peluang nyamuk berada pada kelas *exposed* (E_v) adalah sebesar 0.009318406277 dan nilai peluang nyamuk berada pada kelas *infected* (I_v) adalah sebesar 0.05578620286. Dari Maple 18 diperoleh nilai x, u, y, w dan z saat $t = 60$ bulan yang ditunjukkan pada Tabel 3.

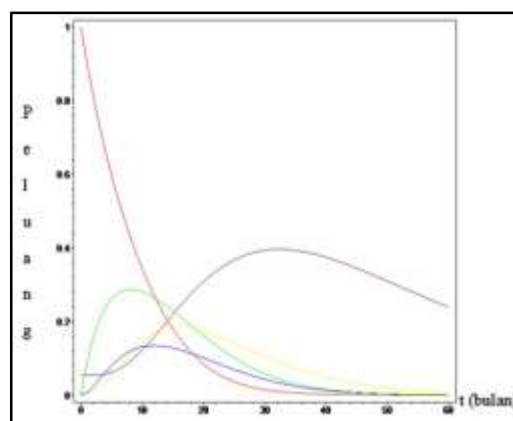
Tabel 3. Data penyakit DBD di kec. Medan Helvetia dan kec. Medan Sunggal

Tahun	x	u	y	w	z
2013	0,0004	0,0012	0,0009	0,0047	0,2023
	636152	105002	883120	524178	175029
	450880	450880	522147	724743	751002
2014	0,0004	0,0012	0,0009	0,0047	0,2022
	636156	096009	874585	485499	253178
	153749	516269	543157	620775	995231

Dapat dilihat nilai z atau peluang vektor terinfeksi masih jauh dari nilai 0 saat $t = 60$ bulan walaupun terus menurun seiring berjalannya waktu, dikare-nakan vektor akan menularkan

virus dengue hanya semasa hidupnya, sedangkan nilai $x, u, y,$ dan w semakin mendekati nilai 0. Jika iterasi diteruskan sampai dengan $t = 120$ bulan maka nilai x, u, y, w dan z akan semakin mendekati 0 akan tetapi tidak pernah sampai nilai 0.

Dapat ditarik kesimpulan bahwa daerah Kec Medan Helvetia dan Kec Medan Sunggal merupakan daerah yang endemik terhadap penyakit demam berdarah dengue. Dimana yang dimaksud dengan endemik adalah adanya penyakit - penyakit atau faktor penyebab penyakit yang selalu terdapat dalam suatu daerah tertentu. Seperti ditunjukkan pada grafik $t = 60$ (waktu) terhadap x, u, y, w dan z pada Gambar 1.



Gambar 1. Model Epidemii Susceptible, Exposed, Infected dan Recovered (SEIR) dengan $t = 60$

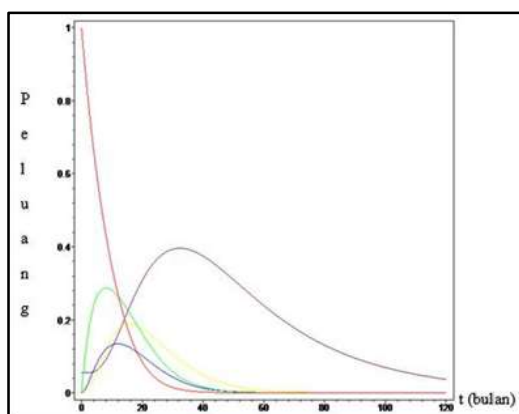
Keterangan:

- Menandakan nilai x atau Peluang S_h
- Menandakan nilai u atau Peluang E_h
- Menandakan nilai y atau Peluang I_h
- Menandakan nilai w atau Peluang E_v
- Menandakan nilai z atau Peluang I_v

Berdasarkan Munir (2013), dalam menganalisis kestabilan dan kekonsistenan suatu metode numerik dalam menyelesaikan sistem persamaan diferensial dapat dilihat dari grafik penyelesaiannya. Metode numerik yang stabil akan memberikan hasil yang secara konsisten terus mendekati nilai yang sebenarnya, sedangkan metode numerik yang tidak stabil akan mengalami osilasi. Hal ini dikarenakan penumpukan galat per langkah yang "tumbuh"

secara tidak terbatas dengan meningkatnya jumlah langkah atau iterasi. Dengan menggunakan Maple 18, bisa kita peroleh grafik yang menunjukkan iterasi nilai x , u , y , w dan z seperti berikut ini :

Dapat dilihat dari kedua grafik diatas yang tidak mengalami osilasi. Sehingga metode Heun bisa disimpulkan merupakan metode numerik yang stabil dan konsisten dalam menyelesaikan model *Susceptible, Exposed, Infected dan Recovered* (SEIR), untuk penyakit demam berdarah *dengue*. Dengan menggunakan Maple 18, diperoleh nilai S_h ; E_h ; I_h ; R_h pada saat $t = 120$ bulan ditunjukkan pada Gambar 2.



Gambar 2. Model Epidemii Susceptible, Exposed, Infected dan Recovered (SEIR) dengan $t = 120$

Keterangan:

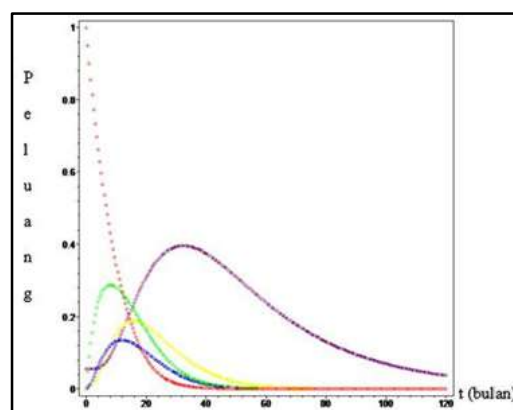
- Menandakan nilai x atau Peluang S_h
- Menandakan nilai u atau Peluang E_h
- Menandakan nilai y atau Peluang I_h
- Menandakan nilai w atau Peluang E_v
- Menandakan nilai z atau Peluang I_v

Karena $N_h = S_h + E_h + I_h + R_h = 289956$ (nilai N_h sebenarnya) maka dapat dilihat dari nilai Tabel 4, masing-masing metode baik dalam menyelesaikan sistem persamaan diferensial SEIR dengan menghasilkan solusi numerik yang sangat mendekati solusi yang sebenarnya. Nilai prediksi dari kedua metode terhadap populasi S_h , E_h , I_h , R_h dalam mendekasi solusi yang sebenarnya bergantung pada nilai h .

Tabel 4. Model Epidemii Susceptible, Exposed, Infected dan Recovered (SEIR)

Ket	Metode Euler			Metode Heun		
	$h=0,5$	$h=0,1$	$h=0,01$	$h=0,5$	$h=0,1$	$h=0,01$
S_k	138,75	138,61	138,58	138,58	138,58	138,58
E_k	78,75	78,95	79,00	79,01	79,01	79,01
I_k	39,99	40,15	40,19	40,20	40,19	40,19
R_k	2896	2896	2896	2896	2896	2896
	98,31	98,10	98,03	98,01	98,02	98,03
N_k	2899	2899	2899	2899	2899	2899
	55,80	55,81	55,80	55,80	55,80	55,81

Semakin banyak iterasinya maka semakin akurat solusi yang dihasilkan. Untuk metode Euler, dengan nilai h yang berbeda - beda menghasilkan perbedaan nilai yang cukup signifikan, hal ini menandakan metode Euler belum cukup stabil dalam menyelesaikan sistem persamaan diferensial SEIR. Sedangkan untuk metode Heun, dengan nilai h yang berbeda-beda tetap menghasilkan nilai yang mendekati solusi yang sebenarnya tanpa adanya perbedaan yang signifikan, hal ini menandakan metode Heun adalah metode yang stabil dalam menyelesaikan sistem persamaan diferensial SEIR.



Gambar 3. Model Epidemii Susceptible, Exposed, Infected dan Recovered (SEIR)

Penutup

Berdasarkan pembahasan pada bab - bab sebelumnya yang menjelaskan tentang penyelesaian hampiran model SEIR penyakit demam berdarah dengue dapat disimpulkan bahwa Penyelesaian numerik model *Susceptible, Exposed, Infected and Recovered* (SEIR) untuk penyakit demam berdarah dengue dengan menggunakan metode Heun, secara keseluruhan diperoleh dengan aplikasi Maple 18 dan menghasilkan 120 iterasi.

Dilihat dari nilai x ; u ; y ; w dan z saat $t = 60$ bulan dapat disimpulkan bahwa daerah Kec Medan Helvetia dan Kec Medan Sunggal merupakan daerah yang endemik terhadap penyakit demam berdarah dengue. Metode Heun merupakan perbaikan dari metode Euler yang termasuk dalam metode numerik satulangkah, walaupun penyelesaiannya menggunakan nilai predictor dan corrector, setelah diteliti metode Heun adalah metode numerik yang stabil dan konsisten dalam menyelesaikan model SEIR untuk penyakit demam berdarah dengue karena menghasilkan penyelesaian hampiran yang secara konsisten terus mendekati penyelesaian sebenarnya.

Penelitian ini hanya membahas tentang kestabilan dan kekonsistenan metode Heun dalam menyelesaikan model epidemi SEIR untuk penyakit demam berdarah dengue dilihat dari penyelesaian hampirannya, untuk penelitian selanjutnya ada baiknya menguji kestabilan model SEIR dengan menambahkan variabel kontrol untuk penyakit demam berdarah dengue dan menyelesaikannya menggunakan metode numerik dengan orde yang lebih tinggi lagi demi menghasilkan penyelesaian hampiran yang lebih akurat.

Daftar Pustaka

- Degeng, I. W., (2007): *Kalkulus Lanjut*, Graha Ilmu, Yogyakarta.
- Juhari (2014): *Modul Praktikum Pemrograman Komputer 2*, Universitas Negeri Malang, Malang.

Munir, R., (2013): *Metode Numerik*, Penerbit Informatika, Bandung.

Pinem, M. D., (2015): *Kalkulus untuk Perguruan Tinggi*, Penerbit Rekayasa Sains, Bandung.

Purcell, Edwin J., D. V., (1987): *Kalkulus dan Geometri Analisis*, 1 edn, Erlangga, Jakarta.

Side, Syafruddin, Y. M. R., (2015): *Pemodelan Matematika dan Solusi Numerik untuk Penularan Demam berdarah*, Perdana Publishing, Medan.