

PEMBELAJARAN MATEMATIKA MENGGUNAKAN TEORI APOS DI PERGURUAN TINGGI

Nerly Khairani

Abstract. APOS theory (action, process, object, and schema learning is an approach that combines the use of computers in teaching and learning in groups (cooperative learning), this learning approach was developed by Ed Dubinsky and his colleagues are primarily intended for learning mathematics at university. On paper learning paradigm will be discussed based on the theory of APOS and several studies related to the theory of APOS.

Keywords: learning, mathematics, theory of APOS.

LATAR BELAKANG

Matakuliah-matakuliah seperti aljabar abstrak, analisis real, dan geometri merupakan matakuliah pokok yang harus diikuti oleh semua mahasiswa program studi Matematika di semua Perguruan Tinggi di Indonesia. Pada umumnya mahasiswa menganggap matakuliah tersebut sulit, terutama karena konsepnya yang abstrak dan sarat dengan teorema-teorema yang pembuktiannya menuntut kemampuan penalaran yang ketat. Untuk matakuliah-matakuliah yang relatif lebih mudah pun sebagian mahasiswa juga masih mengalami kesulitan dalam memahaminya sebagaimana yang dikemukakan oleh Moise (Ayers et al., 1988) bahwa sebagian besar mahasiswa masih mengalami kesulitan dalam memahami topik-topik standar matematika universitas seperti fungsi komposisi, limit, dan induksi matematika.

Dengan metode pembelajaran konvensional, pembelajaran untuk matakuliah-matakuliah tersebut meliputi: penyampaian materi kepada mahasiswa, pemberian tugas-tugas, dan diakhiri dengan ujian tulis. Dengan metode seperti ini jelas pembelajaran hanya berjalan satu arah, mahasiswa kurang aktif, belajarnya kurang bermakna, dan tidak jarang suatu konsep hanya dipahami sebagai hafalan, bukan

sebagai pengertian, sehingga konsep tersebut mudah dilupakan. Bahkan tidak jarang terjadi suatu matematika dipahami secara keliru oleh mahasiswa. Semua ini pada akhirnya menyebabkan mahasiswa tidak dapat menerapkan dengan baik konsep-konsep dan teorema-teorema yang telah dipelajarinya dalam menyelesaikan soal-soal latihan.

Berangkat dari kelemahan metode pembelajaran konvensional yang telah dikemukakan di atas, maka diperlukan suatu pengembangan pendekatan pembelajaran yang dapat membantu mengatasi kesulitan mahasiswa dalam "mencerna" konsep-konsep matematika dan terutama dapat membuat mahasiswa lebih aktif selama pembelajaran baik secara fisik, secara mental, maupun secara emosional dan belajarnya menjadi lebih bermakna.

Sehubungan dengan belajar aktif dalam pembelajaran di kelas, Piaget (Labinowicz, 1980:209) berpendapat bahwa peran pengajar di dalam kelas bukan hanya sebagai penyampai informasi, tetapi juga memfasilitasi terjadinya interaksi. Agar "active learning" berjalan dengan baik, Duckworth (Labinowicz, 1980:209) menyatakan bahwa:

Good pedagogy must involve presenting the child with situations in which he

himself experiments in the broadest sense of term-trying things out to see what happens, manipulating thing, manipulating symbols, posing questions, and seeking his own answers, reconciling what he find at one a time with what he finds at another, comparising his findings with other children.

Usaha yang kita dapat lakukan agar siswa mempunyai kesempatan untuk membandingkan satu sama lain tentang apa-apa yang ia temukan, yaitu dengan memberikan kesempatan kepada mereka untuk saling berkomunikasi. Sehubungan dengan ini, Sumarmo (2003) berpendapat bahwa: “Pada umumnya pembelajaran dalam kelompok kecil memberi kesempatan yang lebih besar kepada siswa untuk berkomunikasi dengan sebayanya”.

Berkaitan dengan pembelajaran yang menggunakan bantuan komputer, Dubinsky dan Tall (1991:235) menyatakan bahwa:

..... learning may be improve by helping students to construct knowledge in their own minds in a context which is disigned to aid, or even stimulate, that constraction. One way of doing this is through providing richly endowed computer software which embodies powerful mathematical ideas so that the student can manipulate and reflect on them.

Pembelajaran dengan menggunakan bantuan komputer untuk matakuliah-matakuliah yang abstrak seperti aljabar, analisis, dan geomerti dapat dipakai untuk melihat sisi-sisi kongkrit dari konsep-konsep dalam matakuliah-matakuliah tersebut. Usaha untuk memfasilitasi pembelajaran pada umumnya, menghendaki untuk merevisi kurikulum, pemakaian teknologi terbaru dalam pembelajaran, atau mencoba untuk menemukan suatu cara dimana dosen dapat menyampaikan materi perkuliahan dengan lebih baik. Menurut Ayers et al. (1988), salah satu cara yang menjanjikan suatu

keberhasilan yang dapat dicoba oleh dosen adalah dengan mempertimbangan proses-proses mental yang terjadi pada pikiran mahasiswa dalam memahami suatu konsep. Selanjutnya Ayers (1988) juga menyarakan bahwa penggunaan komputer dalam pembelajaran dapat membantu mahasiswa dalam melakukan konstruksi-konstruksi mental dalam mempelajari suatu konsep matematika.

Teori APOS merupakan suatu pendekatan pembelajaran yang memadukan penggunaan komputer dalam pembelajaran dan belajar dalam kelompok (cooperative learning), Pendekatan pembelajaran ini dikembangkan oleh Ed Dubinsky dan koleganya yang terutama diperuntukkan bagi pembelajaran matematika di universitas. Pada makalah akan dibahas paradigma pembelajaran berdasarkan teori APOS dan beberapa penelitian yang berkaitan dengan teori APOS.

TEORI APOS

Teori APOS muncul dengan tujuan untuk memahami mekanisme abstraksi reflektif yang diperkenalkan oleh Piaget yang menjelaskan perkembangan berpikir logis matematika untuk anak-anak. Ide tersebut kemudian dikembangkan untuk konsep matematika yang lebih luas, terutama untuk membentuk perkembangan berpikir logis bagi mahasiswa. Menurut Dubinsky dan McDonald (2001:275), teori APOS ini sangat berguna untuk mencoba mengerti pembelajaran mahasiswa dalam berbagai topik pada kalkulus, aljabar abstrak, statistika, matematika diskrit, dan topik-topik matematika lainnya.

Teori APOS dapat digunakan secara langsung dalam membandingkan keberhasilan atau kegagalan individu yang berkaitan dengan konstruksi mental yang telah terbentuk untuk suatu konsep matematika. Misalkan ada dua individu yang kelihatannya sama-sama menguasai suatu konsep matematika, Dengan teori APOS dapat dideteksi lebih lanjut siapa yang

penguasaan konsep matematikanya lebih baik, yaitu jika seseorang dapat menjelaskan lebih lanjut konsep tersebut maka ia berada pada tingkat yang lebih baik daripada yang satunya. Disamping itu, jika konstruksi mental APOS, yaitu *action*, *process*, *object*, dan *schema* untuk suatu konsep matematika telah dikonstruksi oleh individu dengan baik, maka dapat dipakai untuk membuat prediksi yang mantap dari individu tersebut akan berhasil menggunakan konsep matematika tersebut dalam menyelesaikan suatu persoalan.

KERANGKA PENELITIAN PENDIDIKAN MATEMATIKA DI PERGURUAN TINGGI

Kerangka yang dipakai pada penelitian pendidikan matematika di perguruan tinggi yang berdasarkan teori APOS terdiri dari tiga komponen, yaitu: Theoretical Analysis, Design and Implementation of Instruction, Collection and Analysis of Data

THEORETICAL ANALYSIS

Maksud dari theoretical analysis untuk suatu konsep adalah untuk memberikan model kognisi, yaitu deskripsi dari konstruksi mental tertentu yang mahasiswa mungkin buat dalam usahanya untuk memahami suatu konsep. Theoretical analysis suatu konsep dibuat berdasarkan pemahaman peneliti tentang konsep tersebut dan berdasarkan pengalaman peneliti sebagai orang yang pernah belajar dan mengajar konsep tersebut. Hasil dari theoretical analysis suatu konsep disebut *genetic decomposition* konsep tersebut.

PENGETAHUAN MATEMATIKA DAN PENGKONSTRUKSIANNYA

Apa yang dimaksud dengan belajar dan mengetahui sesuatu tentang matematika? Asiala et al. (2000:7) mendeskripsikan sebagai berikut.

An individual's mathematical knowledge is her or his tendency to respond to percieve mathematical

problem situation by reflecting on problem and their solution in a social context and by constructing mathematical actions, process, and object and organizing these in schemas to use in dealing with the situation

Pernyataan diatas menyatakan bahwa "memiliki" pengetahuan terdiri dari kecenderungan untuk membuat konstruksi mental yang dipakai untuk menghadapi permasalahan. Sering sejumlah konstruksi merupakan rekonstruksi dari sesuatu yang sudah ada, tetapi rekonstruksinya tidak persis sama seperti yang sudah ada sebelumnya. Istilah konstruksi dan rekonstruksi yang dimaksudkan di sini mirip dengan istilah akomodasi dan asimilasi dari Piaget.

KONSTRUKSI-KONSTRUKSI MENTAL DALAM BELAJAR MATEMATIKA

Memahami konsep matematika dimulai dengan memanipulasi konstruksi mental yang sudah ada atau memanipulasi *object* untuk membentuk *action*; *action* kemudian diinteriorisasi untuk membentuk *process* yang kemudian di-enkapsulasi untuk membentuk *object*. *Object* dapat dide-encapsulasi kembali menjadi *process*. Akhirnya, *action*, *process*, dan *object* dapat diorganisasi dalam *schema*.

Berikut ini diberikan deskripsi yang lebih lengkap untuk masing-masing konstruksi mental yang dimaksud:

ACTION /ACTION KONSEP

Adalah suatu transformasi yang diterima oleh individu sebagai hal yang eksternal. Transformasi dilakukan dengan bereaksi terhadap petunjuk-petunjuk eksternal yang memberikan rincian yang tepat mengenai langkah-langkah apa yang harus diambil. Sebagai contoh, mahasiswa yang tidak dapat menapsirkan situasi sebagai fungsi kecuali jika ia mempunyai formula untuk menghitung nilai fungsinya,

maka individu tersebut terbatas hanya pada *action* konsep fungsi.

PROCESS/PROCESS KONSEP

Ketika suatu *action* diulang-ulang dan individu melakukan refleksi padanya, maka *action* diinteriorisasi menjadi *process*, yaitu konstruksi internal dibuat dengan melakukan *action* yang sama, tetapi sekarang tidak diarahkan oleh stimulus dari luar. Individu yang sudah mengkonstruksi *process* konsep dapat menguraikan atau bahkan membalikkan langkah-langkah dari transformasi tanpa benar-benar melakukannya. Berbeda dengan *action*, *process* dirasakan oleh individu sebagai hal yang internal dan dibawah kontrol individu tersebut. dalam kasus fungsi, *process* konsep memungkinkan individu untuk memaknai fungsi sebagai menerima satu atau lebih nilai variabel bebas (input), melakukan satu atau lebih operasi pada input dan mengembalikan hasil itu sebagai output, atau nilai dari variabel terikat. Sebagai contoh, untuk memahami fungsi seperti $\sin(x)$ seseorang memerlukan *process* konsep dari fungsi karena tidak ada formula eksplisit untuk memperoleh output dari input yang diberikan.

OBJECT/OBJECT KONSEP

Ketika individu berrefleksi pada operasi yang diterapkan pada *process* tertentu, menjadi sadar terhadap *process* sebagai keseluruhan, menyadari bahwa transformasi (baik *action* maupun *process*) dapat bertindak padanya, dan benar-benar dapat mengkonstruksi transformasi itu, maka individu tersebut memaknai *process* sebagai *object*. Dalam kasus ini dikatakan bahwa *process* telah di-encapsulasi menjadi *object*. Dalam kasus fungsi, *process* fungsi telah di-encapsulasi menjadi *object*, ketika individu dapat memikirkan tentang memanipulasi fungsi seperti penjumlahan, perkalian, atau hanya membentuk himpunan fungsi.

CHEMA/SCHEMA KONSEP

Sekali dikonstruksi, *object* dan *process* dapat diinterkoneksi dengan berbagai cara. *Process* dan *object* dihubungkan dengan

fakta bahwa *process* bertindak pada *object*. Kumpulan dari *action*, *process*, *object*, dan *schema* lainnya yang terhubung secara padu dan diorganisasi secara terstruktur dalam pikiran individu disebut *schema*. *Schema* ini yang dapat diandalkan dalam menghadapi persoalan dalam bidang matematika. Perbedaan antara *schema* dengan konstruksi-konstruksi mental lainnya adalah seperti perbedaan dalam bidang biologi antara organ dengan sel. Keduanya adalah *object*, tetapi organ (*schema*) memberikan keperluan-keperluan agar sel berfungsi sebagaimana mestinya, *Schema* dari seorang individu adalah keseluruhan pengetahuan yang ia hubungkan secara sadar maupun tidak sadar dengan konsep matematika tertentu. Seorang individu dapat mempunyai *schema* untuk fungsi, *schema* untuk turunan, dan lain-lain. *Schema* sendiri dapat diperlakukan sebagai *object* dan termuat dalam organisasi *schema* pada tingkatan yang lebih tinggi. Sebagai contoh, fungsi-fungsi dapat dinyatakan sebagai himpunan, operasi pada himpunan tersebut didefinisikan, dan sifat-sifat dari operasinya dapat diperiksa. Semua ini dapat diorganisasi untuk membentuk *schema* untuk ruang fungsi yang kemudian dapat diterapkan kepada konsep-konsep seperti ruang dual, ruang pemetaan linear, dan aljabar fungsi.

DISAIAN DAN IMPLEMENTASI PEMBELAJARAN

Komponen kedua dari kerangka penelitian pendidikan matematika di perguruan tinggi adalah disain dan implementasi pembelajaran yang dibuat berdasarkan pada *theoretical analysis* yang sudah ada. Dalam perspektif teori belajar, teori APOS mempengaruhi pembelajaran dengan dua cara. Pertama, *theoretical analysis* mempostulatkan konstruksi mental tertentu yang dapat dibantu konstruksinya melalui pembelajaran. Kedua, disain pembelajaran tergantung kepada topik matematika tertentu.

Dalam perspektif pembelajaran dengan teori APOS, mahasiswa diceburkan secara sengaja ke dalam lingkungan ketidakseimbangan yang memuat sebanyak mungkin materi yang akan dipelajari. Gagasannya adalah semuanya disajikan secara menyeluruh (holistik), sebagai lawan dari penyajian yang berurutan. Setiap individu (atau kelompok kecil) mencoba untuk memahami situasi, yaitu mereka mencoba menyelesaikan masalah, menjawab pertanyaan atau memahami gagasannya.

Kontek sosial yang merupakan acuan dari teori APOS, diimplementasikan dalam pembelajaran melalui penerapan kooperatif learning. Mahasiswa dikelompokkan di awal semester kedalam kelompok-kelompok kecil yang terdiri dari tiga sampai lima orang, untuk mengerjakan semua tugas-tugas perkuliahan seperti praktikum, diskusi kelas, pekerjaan rumah, dan latihan-latihan soal secara bersama-sama.

Strategi pembelajaran dalam teori APOS juga dimaksudkan agar mahasiswa mencoba untuk melakukan refleksi pada apa yang mereka kerjakan melalui keseluruhan struktur perkuliahan. Pendekatan pedagogi yang diperkirakan mendukung maksud ini adalah siklus pembelajaran ACE, yaitu: activities, class discussion, dan exercise. Dengan disain ini, perkuliahan dibagi menjadi beberapa sesi dan setiap sesi dilaksanakan selama seminggu. Dalam seminggu itu kegiatannya meliputi kegiatan di laboratorium komputer dan kegiatan di ruang kelas. Pekerjaan rumah diberikan diluar jam kuliah.

Activities:

Kegiatan mahasiswa di laboratorium komputer dalam mengerjakan tugas-tugas pemrograman secara berkelompok dimaksudkan untuk membantu konstruksi mental yang diusulkan oleh theoretical analysis. Pengerjaan tugas-tugas pemrograman komputer tidak dibatasi waktunya (dapat dikerjakan diluar jadwal praktikum yang resmi). Tujuan utama kegiatan ini lebih ditekankan pada usaha untuk memberikan mahasiswa suatu

pengalaman dasar daripada meminta mereka untuk memberikan jawaban yang benar. Melalui kegiatan ini mahasiswa memperoleh pengalaman yang berhubungan dengan isu-isu matematika yang akan dikembangkan di dalam perkuliahan.

CLASS DISCUSSION

Kegiatan di dalam ruangan kelas dimana mereka masih bekerja berkelompok diisi dengan kegiatan mahasiswa berupa pengerjaan tugas-tugas yang masih berhubungan dengan kegiatan yang telah diberikan di laboratorium komputer. Keterlibatan dosen dalam diskusi pada masing-masing kelompok dimaksudkan untuk memberi kesempatan kepada mahasiswa untuk berefleksi pada apa yang sudah mereka kerjakan di laboratorium dan pada tugas yang sedang mereka kerjakan. Dalam diskusi kelas ini juga, dosen memberikan definisi, penjelasan, dan tinjauan untuk mengaitkan dengan apa-apa yang mahasiswa telah pikirkan.

Exercises:

Pada siklus ini mahasiswa diberikan latihan-latihan soal untuk dikerjakan secara berkelompok, diharapkan ini dikerjakan diluar kegiatan kelas dan laboratorium dan dapat berupa pekerjaan rumah tentang tugas laboratorium. Maksud dari latihan-latihan ini adalah untuk mengokohkan konsep-konsep matematika yang telah dikonstruksi, menerapkan konsep-konsep yang sudah dipelajari, dan mulai berpikir tentang hal-hal yang akan dipelajari pada sesi berikutnya.

Tugas-tugas pemrograman yang dikerjakan pada siklus activities berkenaan dengan konsep-konsep matematika tertentu yang akan dipelajari, jenis-jenis tugas pemrogramannya yang diberikan disesuaikan dengan usaha untuk membantu konstruksi mental APOS. Ada beberapa bahasa pemrograman yang dapat dipakai untuk membuat tugas-tugas pemrograman, misalnya Mathematica, Maple, dan ISETL. Dari ketiga jenis bahasa pemrograman tersebut, bahasa pemrograman ISETL yang

lebih dekat dengan notasi matematika yang standar.

PENGUMPULAN DAN ANALISIS DATA

Dalam perspektif pembelajaran dengan teori APOS, kita dapat mengumpulkan data tentang hasil belajar mahasiswa yang belajar secara tradisional, data tentang hasil belajar mahasiswa yang belajar berdasarkan teori APOS, dan data tentang sikap mahasiswa terhadap matakuliah tertentu yang menjadi kajian kita. Data-data seperti ini dapat dikumpulkan dengan menggunakan tiga jenis instrumen, yaitu: tes tertulis, wawancara, dan kombinasi dari tes tertulis dan wawancara. Data dari tes tertulis dapat memberi informasi kepada kita tentang apa yang mahasiswa dapat atau tidak dapat pelajari dan juga tentang konstruksi mental yang mungkin. Dengan menggunakan analisis data yang sesuai, kita juga dapat melihat apakah pembelajaran dengan teori APOS lebih efektif atau tidak dibandingkan dengan pembelajaran secara tradisional. Wawancara dapat dilakukan terhadap semua responden atau terhadap sebagian saja. Dalam hal wawancara dilakukan terhadap sebagian responden, responden dipilih berdasarkan tingkat pemahaman yang mereka miliki, mulai dari yang terendah sampai yang tertinggi, yaitu dengan memilih mahasiswa yang menjawab benar untuk suatu soal, benar sebagian, dan sama sekali salah.

HASIL-HASIL PENELITIAN YANG MENGGUNAKAN TEORI APOS

Terdapat beberapa penelitian yang menggunakan pendekatan teori APOS dalam pembelajaran topik-topik matematika universitas, diantaranya telah dilakukan oleh M. Asiala, A. Brown, J. Kleimen dan D. Mathews, 1997; M. Asiala, J. Cottrill, E. Dubinsky, dan K. Schwingendorf, 1997; M. Asiala, E. Dubinsky, D. Mathews, S. Norics, dan A. Oktac, 1997; D. Breidenbach, E. Dubinsky, J. Hanks, dan D. Nichols, 1992; A. Brown, D. De Vries, E. Dubinsky, dan K. Thomas, 1997; J. Clark, F. Cordero, J.

Cottrill, B. Czarnocha, D.J. De Vries, D. St. John, G. Tolia, dan D. Vidakovic, 1997; J. Clark, C. Hemenway, D. St. John, G. Tolia, dan R. Vakil, 1999; E. Dubinsky, 1989, 1997. Secara umum, hasil penelitian tersebut mengindikasikan bahwa: (i) pendekatan pembelajaran berdasarkan teori APOS dapat meningkatkan pemahaman mahasiswa terhadap topik-topik matematika dan (ii) pendekatan pembelajaran berdasarkan teori APOS dapat membuat siswa bersikap lebih positif terhadap topik-topik matematika universitas.

Secara rinci, beberapa hasil penelitian yang menggunakan pendekatan teori APOS akan dibahas lebih lanjut. Asiala et al. (1997a; 1997b; 1998;) telah melakukan penelitian tentang bagaimana mahasiswa dapat memahami konsep-konsep matematika universitas seperti: permutasi dan simetri; fungsi turunan dan grafiknya; koset, group kosien, dan subgroup normal. Peneliti terlebih dahulu membuat initial theoretical analyses dari masing-masing konsep, yaitu uraian tentang apa yang dimaksud dengan memahami konsep-konsep tersebut, yang dinyatakan dalam konstruksi mental APOS. Selanjutnya peneliti membuat rencana pembelajarannya yang dibuat berdasar initial theoretical analyses, yang dimaksudkan untuk membantu mahasiswa dalam membuat konstruksi-konstruksi mental APOS yang diharapkan. Berdasarkan hasil wawancara dan tes, peneliti menyatakan bahwa pendekatan pembelajaran berdasarkan teori APOS sangat efektif dalam membantu mahasiswa meningkatkan pemahaman konsep-konsep tersebut. Selanjutnya berdasarkan data yang terkumpul, peneliti mengusulkan perbaikan initial theoretical analyses untuk masing-masing konsep tersebut.

Dalam pembelajaran “turunan dan grafiknya” Asiala et al.(1997a) mengusulkan model pembelajarannya sebagai berikut.

- a). **Initial theoretical analysis (genetic decomposition) untuk konsep turunan**

Pengetahuan Prasyarat:

- 1) Mahasiswa tahu dan memahami tentang representasi secara grafik dari suatu titik pada kurva dalam koordinat kartesius dan dapat menginterpretasikannya.
- 2) Mahasiswa tahu dan memahami tentang gradien dari suatu garis.
- 3) Mahasiswa tahu dan memahami tentang konsep fungsi.

Jalur grafik dan analitik untuk turunan

Peneliti mengusulkan bahwa paling sedikit ada dua jalur yang dapat dipakai dalam mengkonstruksi schema untuk konsep turunan, yaitu: jalur grafik dan jalur analitik. Selengkapnya dinyatakan sebagai berikut.

- 1a. Secara grafik: action** dari menghubungkan dua titik pada kurva dan action dari menghitung gradien dari suatu garis yang melalui dua buah titik.
- 1b. Secara analitik: action** dari menghitung tingkat perubahan rata-rata, yaitu menghitung beda terbagi pada suatu titik.
- 2a. Secara grafik: Interiorisasi dari action** pada butir **1a** menjadi suatu **process**, yaitu dua titik pada kurva makin lama makin dekat.
- 2b. Secara analitik: Interiorisasi action** pada butir **1b** menjadi suatu **process**, yaitu panjang intervalnya (Δx) makin lama makin mendekati nol.
- 3a. Secara grafik: Enkapsulasi process** pada butir **2a** untuk memperoleh garis singgung.
- 3b. Secara analitik: Enkapsulasi process** pada butir **2b** untuk memperoleh perubahan sesaat pada suatu titik.
- 4. Enkapsulasi process** pada butir **2a** dan **2b** untuk memperoleh definisi dari fungsi turunan pada suatu titik sebagai limit dari beda terbagi pada suatu titik.
- 5. Koordinasi process** pada butir **2a** dan **2b** dalam berbagai situasi untuk menghubungkan definisi turunan dengan beberapa interpretasi.
- 6. Interiorisasi dari action** dari menentukan turunan pada suatu titik menjadi **process** untuk fungsi f' (mengubah input x menjadi output $f'(x)$)

- 7. Enkapsulasi process** pada butir **6** untuk memperoleh fungsi f' sebagai **object**.
- 8. Rekonstruksi schema** untuk menginterpretasikan secara grafik suatu fungsi dengan memakai hubungan antara sifat-sifat fungsi dan turunannya.

Pertanyaan dalam wawancara

Pertanyaan dalam wawancara ada sebelas buah, soal nomor tujuh sebagai berikut.

Buatlah sketsa grafik dari fungsi h yang memenuhi kondisi berikut:

$$h \text{ adalah fungsi kontinu}$$

$$h(0) = 0, h'(-2) = h'(3) = 0, \text{ dan } \lim_{x \rightarrow \infty} h'(x) = \infty,$$

$$h'(x) > 0 \text{ jika } -4 < x < -2, \text{ dan jika } -2 < x < 3$$

$$h'(x) < 0 \text{ jika } x < -4, \text{ dan jika } x > 3$$

$$h''(x) < 0 \text{ jika } x < -4, \text{ jika } -4 < x < -2, \text{ dan jika } 0 < x < 5,$$

$$h''(x) > 0 \text{ jika } -2 < x < 0, \text{ dan jika } x > 5,$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} h(x) = \infty \text{ dan } \lim_{x \rightarrow -\infty} h(x) = -2$$

Pertanyaan (dalam hati) yang diajukan peneliti dalam mencermati hasil wawancara adalah sebagai berikut.

Pemahaman secara grafik suatu fungsi:

- 1.** Apakah mahasiswa tampak memahami notasi $y = f(x)$ yang dinyatakan dalam bentuk grafik?
- 2.** Apa yang mahasiswa dapat lakukan tentang suatu fungsi dengan hanya mengetahui grafik dari fungsi tersebut?
- 3.** Apakah mahasiswa tampak memahami notasi fungsi secara umum?
- 4.** Apakah mahasiswa dapat menggambar grafik suatu fungsi dengan baik berdasarkan beberapa informasi tentang nilai fungsi dan nilai turunannya. (pertanyaan soal no 7)?

Pemahaman secara grafik dari fungsi turunan:

- 1.** Apakah mahasiswa tampak memahami bahwa nilai dari $f'(x)$ adalah gradien dari garis singgung suatu fungsi di titik $(x, f(x))$?
- 2.** Apa yang mahasiswa dapat lakukan tentang suatu fungsi turunan dengan hanya mengetahui grafik dari fungsi tersebut.
- 3.** Dalam mengerjakan soal no 7, apakah mahasiswa tampak memahami bahwa

kalau nilai turunannya mendekati tak terhingga pada suatu titik, maka gradien dari garis singgung di titik tersebut juga menuju tak terhingga? Sehingga ada garis singgung yang vertikal?

4. Dalam mengerjakan soal no 7, apakah mahasiswa tampak memahami bagaimana memakai turunan untuk menentukan interval dimana fungsi monoton?

Penelitian dengan hasil yang serupa juga telah dilakukan oleh D. Breidenbach et al. (1992) dalam topik fungsi; A. Brown et al. (1997) dalam topik operasi biner, group, dan subgroup. Dalam topik operasi biner, group, dan subgroup, A. Brown et al. mengusulkan beberapa kode ISETL untuk operasi biner, group, dan subgroup sebagai berikut.

Untuk membantu mahasiswa mengkonstruksi *action* konsep operasi biner, mahasiswa diminta untuk mengerjakan kode ISETL,

```
x:= 4; y:= 2;
if (x+y) mod 6 =0 then
ans:= "Aditive Inverse!"; end;
ans;
```

Untuk membantu mahasiswa memahami group sebagai *object*, mahasiswa diminta untuk mengerjakan kode ISETL,

```
name_group:= proc(set,operation);
G:= set; o:= operation;
e:= identity (G,o);
i:= | g-> inverse (G,o,g)|;
Writeln"Group objects defined: G,
o, e, i";
end;
```

Berbeda dengan hasil penelitian yang telah diperoleh oleh Asiala et al., Breidenbach et al., dan Brown et al., peneliti lain yaitu Clark et al. (1997) menyatakan bahwa dalam mengkonstruksi schema untuk konsep aturan rantai, teori APOS saja belum cukup, melainkan harus dilengkapi dengan Triad (intra, inter, dan trans level).

Penelitian yang berkenaan dengan sikap mahasiswa setelah memperoleh pembelajaran berdasarkan teori APOS antara

lain telah dilakukan oleh Clark et al. (1999). Hasil penelitiannya mengindikasikan bahwa mahasiswa yang menerima pembelajaran aljabar abstrak berdasarkan teori APOS pada umumnya bersikap lebih positif terhadap aljabar abstrak dibandingkan dengan mahasiswa yang memperoleh pembelajaran secara tradisional. Ini terlihat melalui komentar delapan dari sebelas mahasiswa pada kelompok eksperimen (pembelajaran berdasarkan teori APOS) tentang pembelajaran yang mereka terima. Berikut ini adalah beberapa dari komentar mereka.

James: In comparison with all the other course I took at [this university] I would probably say it is the best math class I took.

Jeff: That it was a good class. I liked it.

Diane: I enjoined it.

Lynette: umm, I thought it was very positive experience.

Sebaliknya, hanya 7 dari 22 mahasiswa pada kelompok kontrol (pembelajaran secara tradisional) yang bersikap positif terhadap pembelajaran yang mereka terima. Berikut ini adalah beberapa dari komentar mereka.

Tammy: [I remember] how much I hated it. Um, I put a lot of work into it and I still don't understand, I don't think Professor X did a very good job teaching it.

Janet: I did't like it. (laughter...) It's

Mark: Uh, my general memories of the course are not pleasant. I did't enjoy it very much... At the very beginning, I thought it was going to be fairly easy, because we started off with induction, which I had extensively before and I knew very well. And then we got into groups and that was fairly easy. Then I got lost. The rest of the course was a

blur. Then I got lost. The rest of the course was a blur.

the worst math class here. I didn't like the material.

DAFTAR PUSTAKA

- Asiala, M. et al. (1997a). "The Development of Student's graphical Understanding of The Derivative". *Journal of Mathematical Behavior*. 16(4), 399-431.
- Asiala, M. et al. (1997b). "Student's Understanding of Cosets, Normality, and Quotient Groups". *Journal of Mathematical Behavior*. 16(3), 241-309.
- Asiala, M. et al. (1998). "The Development of Student's Understanding of The Permutation and Symetries". *Journal of Mathematical Behavior*. 3, 13-43.
- Asiala, M. et al. (2000). *A Framework for Research and Curriculum Development in undergraduate Mathematics education*. [online]. Tersedia: <http://www.cs.gsu.edu/~rumec/paper/> [16-4-2004]
- Breidenbach, D. et al. (1992). "Development of The Process Conception of Function". *Educational Studies in Mathematics*, 23, 247-285.
- Brown, A. et al. (1997). "Learning Binary Operations, group, and Subgroup". *Journal of Mathematics behavior*. 16(3), 187-239.
- Clark, J. et al. (1997). "Constructing a Schema: The Case of The Chain rule". *Journal of Mathematical Behavior*. 16(4). 345-364.
- Clark, J. et al. (1999). "Student Attitudes Toward Abstract Algebra". *Primus*. 9(1). 76-95.
- Dubinsky, E. & McDonald, M. (1991). "APOS: A Construtivist Theory of Learning in Undergraduate Mathematics Education Research", dalam an ICMI Study.(1991), *The Teaching and Learning of Mathematics at University Level*. London: Kluwer Academic Publiser
- Dubinsky, E. & Tall, D (1991). "Advanced Mathematical Thinking and The Computer", dalam *Advanced Mathematical Thinking*.(1991), London: Kluwer Academic Publiser.
- Labinowicz, E. (1980). *The Piaget Primer Thinking Learning Teaching*. London: Adison Wesley.
- Sumarmo, U. (2003). "pembelajaran Ketrampilan Membaca Matematika" Makalah pada Pelatihan Nasional Training of Trainer (TOT) bagi Guru Bahasa Indonesia dan Matematika SLTP Tahun 2003.