Two of the five goals mandated by SBC to be achieved in the learning of mathematics in schools is to develop the ability to reason and solve problems. In addition to SBC also emphasizes math learning focus on solving problems. Reasoning and problem solving competence is a two occupying a central position in their respective roles. Reasoning ability is the main weapon to solve the problem while solving the problem is the main occupation in doing-math. For that it is a usual school curriculum models adopted to design and make room for math learning approach that promotes growth and blossoms both capacities. This paper highlights the importance of foster both competence is developed through the learning process in order to contribute to efforts to achieve national education goals.

RUANG KONFIGURASI SUATU SISTEM

Rahmawati Pane

Abstract. A system in addition to having properties - properties also have any configuration needed - time operation system or process. A configuration based on the properties - properties that will be raised and the purposes of the system. This paper proposes a system configuration based on the uniformity properties of woven and aid group obtained a mathematical model rather than the system.

Keywords : Space, configuration, grill, model

PENDAHULUAN

Suatu sistem, seperti komputer, robot, mobil, manusia, alam dan sebagainya terdiri dari kumpulan objek – objek (disebut komponen) yang saling bekerjasama satu dengan yang lain dalam suatu tatanan mengikuti aturan tertentu untuk mencapai tujuan. Oleh sebab itu dapat dikatakan bahwa suatu sistem adalah sesuatu yang terorganisasi adalah suatu sistem. Setiap komponen daripada sistem mempunyai fungsi masing – masing secara berbeda dan tujuan akan dapat dicapai apabila sistem mempunyai konfigurasi untuk mengatur hubungan dan kegunaan antara satu komponen dengan komponen lain.

Konfigurasi sistem akan digunakan untuk menentukan batasan tugas masing – masing komponen akan disimpan pada suatu lokasi didalam sistem atau sudah terdefenisi didalam sistem itu melalui komponen yang lain. Lokasi ini disebut ruang konfigurasi. Suatu sistem akan bekerja dengan apabila semua komponen sudah berkonfigurasi, adanya suatu sistem akan bekerja secara optimal apabila konfigurasi optimal pula. Untuk menentukan optimalnya suatu konfigurasi sistem mestilah mengukur dan melakukan enumerasi terhadap setiap kemampuan dan fungsi komponen – komponen sistem, tetapi pengukuran tentunya harus disesuaikan dengan model sistem yang dibuat. Pada suatu sisi pengukuran ini memerlukan suatu teknologi berkaitan dengan teori optimisasi, seperti melakukan lintasan terpendek, program matematika dan sebagainya, tetapi pada sisi lain suatu pengukuran optimisasi memerlukan kaedah penentuan kesamaan dengan sistem lain sehingga diperoleh sifat rampatasi. Kaedah ini disebut dengan teori keseragaman.

Keseragaman (invariant) suatu sistem dengan sistem lain dapat ditentukan dengan menentukan struktur sistemnya, yaitu melalui bantun aljabar. Perkembangan aljabar seperti toeri grup, ring dan sebagainya telah membuka wacana baru dalam pemikiran teori keseragaman, apalagi dengan penerapan yang tidak tanggung – tanggung terhadap suatu simpul dan anyaman dengan bantuan teori graph, menyebabkan teori keseragaman menjadi titik penentu dalam menentukan optimalitas suatu sistem. Tulisan ini akan mengkaji beberapa hal tentang ruang konfigurasi dengan bantuan grup anyaman dalam rangka optimisasi kinerja suatu sistem.

LANDASAN TEORI

Asumsikan suatu pribadi diwakili oleh suatu titik pada suatu landasan ruang kerja X. Himpunan $O \subset X$ mewakili semua rintangan yang dihindari. Ruang konfigurasi C :

$$C = [(X - O)x(X - O)\cdots(X - O)] \quad (1)$$

andaikan $g \in C$ menandakan konfigurasi tujuan yang diinginkan. Agar terjadi suatu skema kendali yang rill terhadap tujuan ini secara aman, cukuplah dibangunkan medan vektor X_g pada C dengan (1) mempunyai g sebanyak sink bersama suatu model atraksinya. Pasangan titik pada γ-graf – pohon Γ_γ memiliki tiga edge $\{e_1\}_1^3$ bertemu pada suatu verteks tunggal bervalensi3,vo. Andaikan $C^2(\Gamma_\gamma)$ menandakan ruang konfigurasi dari dua titik pada Γ_γ.

Lema 1 : *Ruang konfigurasi* $C^2(\Gamma_\gamma)$ *adalah homomorfik dengan 2 – kompleks yang dilekatkan*

Andaikan x dan y menandakan titik berbeda pada Γ_γ dan andaikan $D \subset C^2(\Gamma_2)$ menandakan daerah dimana x dan y terletak pada edge yang berbeda daripada Γ_γ. Maka $\overline{D}$, closure daripada D didalam $C^2(\Gamma_\gamma)$ dengan mudah diperlihatkan berupa 2 – manifold dengan sepadan sebagai berikut : jika x dan y pada verteks pusat, maka y terletak didalam satu daripada tiga edge, dan lingkungan didalam $\overline{D}$ memperkenankan x berpindah pada dua edge yang lain, dua edge bersama menjadi homomorfik dengan suatu selang. Terdapat dua titik dan tiga selang $\overline{D}$ memiliki suatu penguraian alamiah kedalam enan sel, masing – masing homorfik dengan $([0,1]x[0,1])/\{(0,0)\}$dan digabungkan sepanjang edge (0,1]0} dan {0}x (1] dalam suatu fashion siklik. Suatu komputasi karakteristik euler digabungkan dengan pemeliharaan jejak daripada sepadan menampakkan bahwa $\overline{D}$ adalah homomorfik dengan suatu cakram berlobang. Pelengkap dari pada $\overline{D}$ di dalam $C^2(\Gamma_\gamma)$ terdiri dari enam sirip, masing – masing homomorfik dengan $\{(x, y \in R^2 : x \geq 0, x + y < 1)\}$. Semua sirip dicantelkan dengan $\overline{D}$ sepanjang edge (0,1]0} dan {0,1}x {0} didalam setiap sel [2].

Perhatikan bahwa ruang ini mempunyai suatu penguraian perkalian sebagai perkalian cartesian daripada (0,1] dengan graf diberikan oleh enam edge radia yang dicantelkan ke suatu lingkaran. Faktor (0,1] adalah fungsi pada $C^2(\Gamma_\gamma)$ yang mengukur jarak antara x dan y. Misalkan γ sebagai suatu pohon yang mempunyai verteks berbeda P. Andaikan V menandakan jumlah verteks didalam γ, jumlah verteks daripada valensi lebih besar daripada dua ruang konfigurasi dengan N titik berbeda pada γ ditulis $C^N(\gamma)$. Ruang ini dapat dianaliasa dengan mempertimbangkan himpunan bagian satu dimensi

$$\Sigma := \{x \in C^N(\gamma) : x_n = p1, \forall n\} \quad (2)$$

yang memisahkan kedalam N komponen tak gayut (tak terhubung)

$$\Sigma := \{x \in C^N(\gamma) : x_n = p\} \quad (3)$$

Asumsikan bahwa pada p terdapat K > 2 edge insiden didalam *y*, maka

$$\Sigma \equiv \coprod_{N-1}^{N} \left(\prod_{j=N-1} C^{j1}(\gamma_1) x \cdots x C^{jk}(y_k) \right) \quad (4)$$

Dengan menggunakan himpunan bagian Σ_n diuraikan $C^N(\gamma)$ menyertakan basis untuk argumen induksi [1].

Pandang kasus dimana γ adalah suatu pohon yang mempunyai suatu verteks p pada sempadannya. Andaikan e menandakan edge tunggal yang menguhubungkan p dengan suatu verteks q daripada γ dan ditulis dengan γ^{1}, pohon bagian diberikan dengan $\gamma^{1;\gamma} := \gamma - \bar{e}; y^{1}$ mengandung titik q tetapi tidak e maupun p. Selanjutnya dinyatakan $\sum_n$ menjadi himpunan konfigurasi pada γ' yang mempunyai titik x_n pada q, karena itu $\sum := \{x \in C^N(\gamma) : x_n = p\}$. Perhatikan $\sum_n$ homomorfik dengan $C^{n-1}(y)$.

Berdasarkan ini dapat dibuktikan lema 2.

Lema 2 : Ruang $C^N(y)$ homomorfik dengan

$$: C^N(\gamma) \equiv C^N(\gamma^1) \bigcup_{\equiv_n}^{n=\cdots N} \{\textstyle\sum_n x(0,1]) \cup (\textstyle\sum'_n \{0\})\} \qquad (6)$$

untuk ruang $\sum_n (0,1]) \cup (\sum'_n x\{0\})$ ditempelkan terhadap c^N (γ') sepanjang $\sum_n^1 x\{0\}$ melalui uraian terdahulu didapat pula

Lema 3 : *Untuk sembarang pohon γ dan verteks p, ketermasukan daripada $\sum$ ke dalam c^N (γ) adalah π_1 - injektif*

Bukti terhadap teorema berikut dapat disempurnakan melalui lema 4.

Teorema 4 : *Diberikan ruang konfigurasi c^N (γ) dari suatu pohon y dan himpunan bagian dihubungkan $K \subset C^N(\gamma)$, jika homomorfis $i : \pi_1(k) \to \pi_1(C^n(\gamma))$ induksikan dan ketermasukan adalah trivial. Maka K adalah homotopik null dalam c^N (γ)*

Untuk γ suatu graf sebidang ketermasukan $i : \gamma \to R^N$ menginduksikan suatu pemetaan pada tingkat grup – grup anyaman [5]. Akan tetapi, catat bahwa pemetaan ini bukan injektif maupun subjektif. Berdasarkan itu dapat diturunkan bukti terhadap teorema berikut barkaitan dengan grup fundamental $(\pi_1(X),1)$ [3].

Teorema 5 : *Untuk sembarang pohon γ dan sembarang N > 0, grup fundamental $\pi_1(C^N(\gamma))$ adalah torsien – bebas*

Penyelesaian terhadap sempadan pada dimensi ruang tergantung kuncupan deformasi didasrkan atas teorema berikut [6]

Teorema 6 : *Untuk sembarang pohon* γ dan sembarang N > 0, ruang konfigurasi $(C^N(\gamma))$ menguncup deformasi ke sub komples V dimensi, dimana p adalah jumlah verteks dari γ

Kuncupan deformasi ini cukup sederhana untuk merincikan suatu bidang vektor kendali pada ruang konfigurasi.

Ruang Konfigurasi

Pilih P := $\{P_1\}_1^N$ adalah kumpulan titik pada himpunan edge daripada Γ sedemikian hinggan Γ-P adalah pohon terhubung terbuka. Misalkan γ menandakan graf diperoleh dari Γ-P dengan menambahkan titik – titik ujung berbeda, karena itu setiap titik $p_1 \in P$ dipisahkan kedalam dua titik P_1^+ dan P_1^- dalam γ. Ruang konfigurasi $C^2(\Gamma_\gamma)$diuraikan sebagai C^N(y) dengan pasangan pengenal ujung – ujung tertentu. Khususnya, graf γ memiliki 2M ujung sesuai dengan titik P_1^+. Untuk setiap ujung dari γ demikian, ruang konfigurasi C^N(γ) mempunyai N ujung yang berasal dari persamaan (6) karena itu ruang konfigurasi C^N(γ) mempunyai 2 MN ujung.

Teorema 7 : Ruang Konfigurasi C^N(Γ) adalah $K(\pi,1)$

Bukti. Ruang konfigurasi diuraikan dengan memisahkan sepanjang himpunan P, diperoleh suatu representatif $f : S^k \to C^N(\Gamma)$ dari pada π_k. diketahui bahwa *f* harus memotong ujung – ujung terjepit tak trival karena ruang konfigurasi C^N(γ) adalah ruang Eilenberg – Macline berjenis $K(\pi,1)$ yaitu $\pi_K(C^N(\gamma)) = 0, \forall K > 1$ {[4]. Akan tetapi berdasarkan lema 3 telah diwakili dalam konteks pengkerutan suatu gelung didalam ujung perkalian daripada pohon, karena itu ketermasukan ujung – ujung daripada $C^N(\Gamma)$ kedalam $C^N(\gamma)$ adalah π_1 - injektif, dan bersama teorema 4 juga dibuktikan pandapat berikut.

Pendapat 8. *Grup anyaman murni adalah suatu graf yang merupakan torsian - bebas*

Teorema 9 : *Untuk sembarang Γ tidak homomorfik dengan suatu lingkaran Ruang konfigurasi $C^N(\Gamma)$ menguncup deformasi ke subkompleks V-dimensi, dimana V adalah jumlah verteks didalam Γ*

Bukti : Dalam kuncupan defomasi berdasarkan teorema 6, deformasi dapar selalu diselesaikan berkaitan dengan ujung Ψ kecuali apabila pohon adalah potongan garis trivial dengan satu titik padanya. Karena itu boleh menguncupkan deformasi bahwa porsi daripada $C^N(\Gamma)$yang sesuai dengan $C^N(\Gamma\text{-}P)$ turun ke sub kompleks berdimensi V. Maka, bagian ruang konfigurasi boleh dikuncup deformasi dengan menginduksikan pada jumlah titik seperti teorema 4.

PENUTUP

Misalkan C_K^N menandakan ruang konfigurasi daripada N titik untuk pohon dengan K Percabangan, yaitu K edge pada verteks pusat. Sesuai dengan teorema 6. C_K^N menguncup deformasi ke graf berdimensi satu, karena itu jenis homotopi daripada suatu graf ditentukan dengan karakteristik euler.

Berdasarkan persamaan (6), dapat diturunkan suatu relasi rekursi untuk karakteristik euler :

$$\chi\left(C_K^N\right) = \chi\left(C_{K-1}^N\right) + N\left(\chi\left(C_K^{N-1}\right)\right) - E \qquad (11)$$

Untuk E sebagai jumlah komponen terhubung dari $\sum - i\left(\sum^1\right)$. Masing – masing komponen mengkontribusikan satu edge untuk menguncup deformasi ruang dan karena itu mengkontribusikan -1 ke nilai daripada $\chi\left(C_K^N\right)$. Argumen kambinatorik memperlihatkan bahwa :

$$E = \prod_{i=1}^{k}\left(N + i - 2\right) = \frac{(N+K-3)!}{(K-2)!}$$

Relasi Rekursi untuk C_K^N adalah homorfik dengan pohon yang menjadi dasarnya adalah trivial secara homomorvik dan dan persamaan (11)

$$\chi\left(C_K^N\right) = -\left(NK - 2N - k + 1\right)\frac{(N+K-2)!}{(K-1)!}$$

Jadi, Grup dan anyaman $\pi_1\left(C_K^N\right)$ adalah isomorfik dengan grup bebas pada Q pembangkit, dimana :

$$Q := 1 + \left(NK - 2N - K + 1\right)\frac{(N+K-2)!}{(K-1)!}$$

Yang berarti bahwa ruang konfigurasi homotopik dengan irisan daripada 1 – χ lingkaran

DAFTAR PUSTAKA

Bozer , Y. and M. Srinivasan, Tandern Configuration for Automated Guided Vehicle systems and the analysis of single vehicle loops, HE Transactions 23(1), 1991 72 – 82

Christ, R and D. Koclistchek, *Safe Cooperative robot dynamics via dinamics on graphs*, procedings of the einght international symposium on robotics research, 1997

Hansen, V, *Baralds and Coverings selected topics*, Cambirdge University Press, Cambirdge 1991

Latombe J.C. *Robot Mation Planning*, *kluwer Academic Press*, Boston, MA, 1991

Mahyuddin, *Hubungan grup ayaman dengan grup bebas*, kumpulan makalah seminar PPD Lampung, 2000

Scott, P and T, Wall, Topological methods in grup theory, in *Homological grup theory*, number 36 in London Mathematics Society Lactures Notes, 137 – 203, Cambridge

University Press, Cambridge, 1976