

Identifikasi Kesalahan dalam Asesmen Metode Numerik

Anton Jaelani¹, Lukmanul Akhsani²

ABSTRAK

Metode numerik merupakan mata kuliah wajib pada program studi pendidikan matematika. Identifikasi hasil asesmen metode numerik diperlukan sebagai referensi penting untuk memperbaiki pembelajaran di waktu yang akan datang. Tujuan dari penelitian ini adalah mendeskripsikan kesalahan-kesalahan mahasiswa dalam menjawab soal-soal metode numerik. Jenis penelitian ini adalah penelitian kualitatif. Subyek dipilih dengan cara purposive sampling. Data diambil dengan data tes, dokumentasi dan catatan lapangan. Analisisnya menggunakan triangulasi, reduksi data, penyajian data dan penarikan kesimpulan. Hasil penelitian menunjukkan bahwa kesalahan-kesalahan tersebut adalah tidak memahami materi, jawaban tidak lengkap, tidak menuliskan dengan benar, kesalahan dalam menerapkan rumus, kesalahan penghitungan, kesalahan penentuan selang terpilih, kesalahan menghitung, dan kesalahan input data. Selain itu, mahasiswa juga rawan dalam melakukan kesalahan penghitungan pada akhir-akhir iterasi.

Kata Kunci: kesalahan matematika, asesmen, metode numerik

PENDAHULUAN

Metode numerik merupakan salah satu mata kuliah wajib yang ada di program studi pendidikan matematika. Mata kuliah ini ditempuh setelah mahasiswa menempuh mempelajari tentang bilangan, barisan, deret, fungsi, diferensial, dan integral. Mata kuliah ini menjadi salah satu jembatan dari dalam matematika itu sendiri menuju ke dunia ilmu terapan matematika.

Adanya gap antara matematika yang bersifat abstrak dan konteks matematika dalam kondisi keseharian manusia yang bersifat riil dapat dipahami secara tidak langsung dalam mata kuliah metode numerik. Dalam keseharian manusia, ketika kita harus menyelesaikan masalah menggunakan matematika, kita akan menjumpai adanya galat atau selisih antara penghitungan secara analitik dengan penghitungan secara numerik yang menggunakan bilangan desimal meskipun nilainya sangat kecil. Melalui pembelajaran dalam mata kuliah ini, mahasiswa dapat melihat secara lebih jelas tentang bagaimana matematika menjadi lebih bermanfaat untuk ilmu terapan. Selain itu, kuliah metode numerik ini akan leboh menguatkan dan meyakinkan kembali karakteristik abstrak dalam matematika. Meskipun demikian, metode numerik ini menunjukkan secara formal bahwa matematika benar-benar dapat diterapkan dalam dunia nyata.

Prosedural penghitungan dalam metode numerik selalu melibatkan bilangan yang tidak bulat sehingga rawan terjadinya kesalahan. Proses ini sering terjadi baik di tingkat sekolah dasar sampai perguruan tinggi. Ketika siswa melakukan operasi hitung yang melibatkan pecahan, mereka sering melakukan kesalahan (Ratnasari, 2018) karena terburu-buru dan kurang teliti dalam melakukan perhitungan (Farida, 2015). Solusi

untuk mengurangi kesalahan yang dilakukan siswa adalah memahami konsep dan melakukan latihan secara intensif untuk menjawab soal (Ulpa, dkk, 2021).

Dalam setiap pembelajaran, termasuk dalam mata kuliah metode numerik, evaluasi harus selalu dilakukan baik oleh dosen maupun mahasiswa. Evaluasi ini dilakukan untuk mengetahui sejauh ketercapaian sebuah pembelajaran. Selain itu, ini juga dilakukan untuk mengetahui hal-hal apa saja yang perlu mendapatkan perhatian lebih dari seorang dosen sebagai pendidik dan mahasiswa sebagai peserta didik. Adanya identifikasi kesalahan-kesalahan pada jawaban-jawaban terhadap pertanyaan-pertanyaan dari soal-soal yang diselesaikan oleh mahasiswa maka dosen dan mahasiswa dapat memperbaiki bagian mana yang harus mendapatkan menjadi kelemahan dari mereka dalam pembelajaran dan menyelesaikan asesmen sehingga di masa depan kesalahan serupa tidak terulang atau setidaknya dapat direduksi secara bertahap.

Penguasaan dalam materi metode numerik akan mengingatkan kembali kepada mahasiswa tentang apa yang sudah dipelajarinya pada perkuliahan yang telah ditempuhnya. Penghitungan yang dilakukan secara berulang-ulang dalam menentukan solusi masalah yang diberikan kepada mahasiswa dapat membentuknya untuk menjadi seorang yang tekun, ulet, konsisten dan fokus. Kecerobohan, kurangnya konsentrasi, dan tidak perhatian terhadap penghitungan berdampak secara sistemik dalam penghitungan-penghitungan pada interaksi selanjutnya. Oleh karena itu, kita perlu mengetahui pada bagian-bagian mana saja mahasiswa melakukan kesalahan baik penghitungan, konten terdahulu yang pernah dipelajari, maupun hal-hal lain yang tidak diketahui. Tujuan dari penelitian ini adalah mendeskripsikan kesalahan-kesalahan mahasiswa dalam menyelesaikan soal-soal metode numerik.

KAJIAN TEORITIS

Tiga jenis kesalahan yang dilakukan peserta didik dalam menyelesaikan soal matematika adalah kesalahan konseptual, prosedural, dan taktikal (Firdaus, dkk, 2021). Ada 6 tipe kesalahan yaitu kesalahan membaca

¹Corresponding Author: Anton Jaelani

Universitas Muhammadiyah Purwokerto, Banyumas, Jawa Tengah, Indonesia
E-mail: antonjaelani@ump.ac.id

²Co-Author: Lukmanul Akhsani

Universitas Muhammadiyah Purwokerto, Banyumas, Jawa Tengah, Indonesia

petunjuk, kesalahan karena kecerobohan, kesalahan konsep, kesalahan penerapan, test-taking errors, dan kesalahan belajar (Nolting, 2012). Bentuk-bentuk test-taking errors adalah sebagai berikut.

1. Kehilangan banyak waktu di sepertiga waktu pertama, kedua, atau ketiga.
2. Tidak tuntas dalam menjawab sampai akhir.
3. Mengganti jawaban yang benar dengan jawaban yang salah.
4. Mengalami kebuntuan dan menghabiskan banyak waktu hanya pada soal tertentu saja.
5. Terlalu sibuk melewati bagian yang mudah dan melakukan kecerobohan.
6. Kesalahan menyalin jawaban dari kertas oret-oretan.
7. Tidak menjawab soal sama sekali.
8. Menjawab soal hanya pada langkah pertama.
9. Tidak dapat menggunakan alat hitung dengan baik.
10. Menghentikan menjawab soal terlalu cepat ketika masih tersedia banyak waktu.

Beberapa penelitian telah banyak menjelaskan kesalahan peserta didik tetapi kesalahan ini bersifat unik dan masih belum banyak hasil penelitian tentang kesalahan mahasiswa dalam tes metode numerik. Kesalahan siswa yang terbanyak dalam menyelesaikan soal barisan dan deret adalah kesalahan fakta (Syahril, 2021). Kesalahan terbanyak tulisan matematika siswa adalah tata bahasa dan penyalahgunaan simbol (Guce, 2017).

Usaha untuk memperbaiki hasil belajar mata kuliah metode numerik telah dilakukan oleh beberapa peneliti. Salah satunya adalah penelitian tentang pembelajaran blended learning yang memberikan pengaruh signifikan pada peningkatan luaran pembelajaran (Aminah, 2018). Namun demikian, pendidikan adalah proses yang berlanjut terus. Oleh karena itu, penelusuran kecenderungan peserta didik melakukan kesalahan tetap harus dilakukan secara kontinu. Kesalahan yang dilakukan peserta didik di suatu tempat tentu akan berbeda dengan kesalahan yang dilakukan peserta didik di tempat lain.

METODE PENELITIAN

Jenis penelitian ini adalah penelitian kualitatif dan penelitian ini dilaksanakan pada bulan Juli 2022. Tempat penelitian adalah di Program Studi Pendidikan Matematika Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Muhammadiyah Purwokerto. Pengambilan sampel dilakukan dengan cara purposive sampling. Pengambilan data dilakukan dengan cara tes, dokumentasi, dan catatan lapangan. Teknik analisis data dilakukan dengan cara reduksi data, penyajian data, dan pengambilan kesimpulan.

HASIL PENELITIAN

Pertanyaan nomor 1 yang diberikan kepada mahasiswa adalah sebagai berikut.

“Fungsi dapat dinyatakan dalam deret Taylor dengan syarat tertentu.

Nyatakan $f(x) = e^x - 1$ ke dalam deret Taylor di sekitar $x_0 = 0$.”

Gambar 1 adalah jawaban dari pertanyaan nomor 1 dari mahasiswa A.

$$f(x) = e^x - 1 \rightarrow f(0) = 0$$

$$f'(x) = e^x \rightarrow f'(0) = 1$$

Deret Taylor disekitar $x_0 = 0$

$$f(x) = x - 0 + \frac{x - 0}{1}$$

$$f(e^x - 1) = (e^x - 1 - 0)$$

$$+ \left(\frac{e^x - 1 - 0}{1} \right) + R_2(x)$$

$$= e^x - 1 + e^x - 1 + R_2(x)$$

$$= 2e^x - 2 + R_2(x)$$

Gambar 1. Jawaban Nomor 1 Mahasiswa A

Pada baris pertama dan kedua dari jawaban tersebut, dia sudah memulai menjawabnya dengan benar tetapi setidaknya dia menuliskannya sampai tiga suku pertama yang dilanjutkan dengan penulisan suku penjumlahan secara elipsis. Dari Gambar 1, kita juga mengetahui bahwa dia tidak mengetahui rumus deret Taylor. Ini terlihat pada baris keempat dan baris-baris berikutnya dari jawaban tersebut.

$$f(x) = e^x - 1 \rightarrow f(0) = e^0 - 1 = 0$$

$$f'(x) = e^x \rightarrow f'(0) = 1$$

$$f''(x) = e^x \rightarrow f''(0) = 1$$

$$f'''(x) = e^x \rightarrow f'''(0) = 1$$

Orde = 3

$$x_0 = 0$$

$$h = x - x_0$$

$$h = x - 0$$

$$h = x$$

$$f(x) = f(x_0) + h f'(x_0)$$

$$+ \frac{h^2}{2!} f''(x_0) + \frac{h^3}{3!} f'''(x_0)$$

$$= f(0) + x \cdot 1$$

$$+ \frac{x^2}{2} \cdot 1 + \frac{x^3}{6} \cdot 1$$

$$f(x) = x + \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{6}$$

Gambar 2. Jawaban Nomor 1 Mahasiswa B

Jika kita melihat jawaban nomor 1 dari mahasiswa B, seperti pada Gambar 2, dia sudah menuliskan secara rinci nilai-nilai yang digunakan untuk mengisi formula deret Taylor. Selanjutnya, dia juga sudah secara benar

mensubstitusikannya dalam rumus deret Taylor yang dia sudah mengetahuinya. Sayangnya, dia tidak secara lengkap menuliskan bentuk penjumlahan elipsisnya sehingga ini dapat menimbulkan salah persepsi. Jika tidak ada tambahan penjumlahan dengan suku elipsis maka nilai tersebut masih terlalu rawan sebagai sebuah nilai pendekatan.

$$\begin{aligned}
 f(x) &= e^x - 1 \\
 f'(x) &= e^x \\
 f''(x) &= 2e^{2x} \\
 f'''(x) &= 4e^{4x} \\
 f^4(x) &= 12e^{4x}
 \end{aligned}$$

Gambar 3. Jawaban Nomor 1 Mahasiswa C

Pada Gambar 3, dari awal, mahasiswa sudah tidak benar dalam menentukan hasil turunan ketiga dari $e^x - 1$. Padahal, ini merupakan prasyarat untuk dapat melanjutkan langkah berikutnya. Selain itu, dia juga tidak mengetahui secara detail bentuk komponen-komponen penyusun suku-suku penjumlahan dalam deret Taylor. Contohnya adalah seharusnya dia menuliskan $f''(x_0)$ bukan malah menuliskan $f''(x)$.

$$\begin{aligned}
 1) f(x) &= e^x - 1, \quad x_0 = 0 \\
 f'(x) &= e^x \\
 h &= x - 1 \\
 f(x) &= f(x_0) + h f'(x_0) \\
 &= e^1 - 1 + (x-1)e^1 \\
 &= 2.718 - 1 + h e^1 \\
 &= 1.718 + 2.718h
 \end{aligned}$$

Gambar 4. Jawaban Nomor 1 Mahasiswa D

Untuk jawaban nomor 1 dari mahasiswa D pada Gambar 4, dia menjawab dengan tidak layak karena dia hanya menuliskan dua suku penjumlahan dalam deret Taylor. Sebagai tambahan, dia juga ceroboh dalam melihat soal secara detail. Ini ditunjukkan oleh nilai yang seharusnya ditulis sama dengan nol tetapi dia malah menulisnya adalah sama dengan satu.

$$\begin{aligned}
 f(w) &= e^w - 1 \\
 f'(w) &= e^w \\
 f''(w) &= e^w \\
 f'''(w) &= e^w \\
 f^{(4)}(w) &= e^w \\
 f(1) &= e^1 - 1 = f(w_0) + \frac{(w-w_0)}{1!} f'(w_0) + \frac{(w-w_0)^2}{2!} f''(w_0) \\
 &\quad + \frac{(w-w_0)^3}{3!} f'''(w_0) + \frac{(w-w_0)^4}{4!} f^{(4)}(w_0) \\
 &= e^0 - 1 + \frac{1}{1!} e^0 + \frac{1}{2!} e^0 + \frac{1}{6} e^0 \\
 &\quad + \frac{1}{24} e^0 \\
 &= 0 + 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{24} \\
 &= 1.7076
 \end{aligned}$$

Gambar 5. Jawaban Nomor 1 Mahasiswa E

Jawaban nomor 1 dari mahasiswa E pada Gambar 5 menunjukkan bahwa mahasiswa tersebut telah mampu melakukan derivatif terhadap fungsi eksponen yang terdapat pada soal. Pada bagian akhir jawabannya, dia dapat menuliskan rumus deret Taylor tetapi dia secara aneh malah menghitung nilai fungsinya pada baris jawaban sebelumnya. Ini menunjukkan bahwa dia tidak dapat menggunakan rumus deret Taylor.

Pertanyaan nomor 2 yang harus dijawab oleh mahasiswa adalah sebagai berikut.

“Tentukan solusi dari $f(x) = e^x - 3x^2 = 0$ di dalam selang $[0,1]$ sampai iterasi (lelaran) ke-3 ($r = 3$) menggunakan metode bisection.”

Jawaban-jawaban dari pertanyaan nomor 2 dijelaskan seperti berikut ini.

$$f(x) = e^x - 3x^2$$

$$f(0) = e^0 - 3(0)^2 = 1$$

$$f(1) = e^1 - 3(1)^2 = -0,2817$$

$$f(0) \cdot f(1) = 1 \cdot (-0,2817) = -0,2817 < 0 \quad (\checkmark)$$

$$\rightarrow c = \frac{a+b}{2} \quad f(c) = f(0,5)$$

$$= 0,8987$$

$$c = \frac{0+1}{2} \quad f(a) \cdot f(c) = \ominus$$

$$\rightarrow c = \frac{c+b}{2} \quad f(c) = f(0,75)$$

$$= 0,4295$$

$$= \frac{0,5+1}{2} \quad f(a) \cdot f(c) = \oplus$$

$$= 0,75 \quad (\text{iterasi } 2)$$

$$\rightarrow c = \frac{c+b}{2} \quad f(c) = f(0,875)$$

$$= 0,1020$$

$$= \frac{0,75+1}{2} \quad f(a) \cdot f(c) = \oplus$$

$$= 0,875 \quad (\text{iterasi ke } 3)$$

\therefore Akar dari $f(x) = e^x - 3x^2$ di dalam selang $[0,1]$ adalah $0,875$ #
Heran 3.

Gambar 6. Jawaban Nomor 2 Mahasiswa F

r	a	b	c	f(a)
0	0,00000	0,10000	0,05000	1,00000
1	0,05000	0,10000	0,07500	-4,448728907
2	0,05000	0,07500	0,06250	-4,448728907
3	0,06250	0,07500	0,06875	-10,65425554

f(b)	f(c)	selang baru	lebar nya
1,075170918	-4,448728907	[c, b]	1,025170918
1,075170918	-4,547115849	[c, a]	-0,02500
-15,79711585	-10,65425554	[b, c]	-5,14286031
-15,79711585	-13,10851912	[c, b]	-5,14286031

Gambar 7. Jawaban Nomor 2 Mahasiswa B

Jawaban nomor 2 dari mahasiswa F terlihat pada Gambar 6. Dia telah menjawab dengan benar. Meskipun demikian, dia tidak memperhatikan bahwa arti dari iterasi ketiga adalah melakukan penghitungan sampai 4 kali karena dia harus menentukan selang terpilih sebanyak 3 kali. Mahasiswa F hanya memilih selang sebanyak 2 kali yaitu $[0,5,1]$ dan $[0,75,1]$.

Pada Gambar 7, dari awal menentukan nilai titik tengah, mahasiswa B sudah salah. Dia menuliskan bahwa titik tengah antara 0 dan 1 adalah 0,05. Ini terjadi karena dia tidak teliti dalam menghitung sehingga penghitungan-penghitungan selanjutnya pun menjadi salah. Peserta didik kurang teliti dalam melakukan operasi perhitungan (Zulhendri, 2022). Selain itu,

sebenarnya dia tidak memahami bagaimana cara menentukan selang terpilih. Ini ditunjukkan penentuan selang terpilih pada baris pertama. Dia menuliskan selang terpilihnya adalah $[a,b]$ padahal selang $[a,b]$ adalah selang mula-mula.

A	c	b	f(a)	f(c)	f(b)
0	0,5	1	1	0,89	-0,282
1	0,75	0,5	-2,82	0,431	0,89
1	0,75	0,5	-2,82	0,431	0,89

Gambar 8. Jawaban Nomor 2 Mahasiswa G

Gambar 8 adalah jawaban nomor 2 dari mahasiswa G. Dia tidak menuliskan selang terpilih mana yang dia tentukan untuk melakukan penghitungan pada iterasi selanjutnya. Ini malah menjadi penyebab kesulitannya karena justru kunci dari cara bisection ini adalah menentukan selang terpilih setelah kita menentukan hasil perkalian antara nilai fungsi pada titik awal dan akhir selang dari iterasi sebelumnya yang sudah dia lakukan.

r	a	c	b	f(a)
0	0	0,5	1	1
1	0,5	0,75	1	0,1487
2	0,5	0,625	0,75	0,1487
3	0,625	0,6875	0,75	0,6937

f(c)	f(b)	selang	Lebar
0,8987	-0,28172	[c, b]	0,5
0,4295	-0,28172	[a, c]	0,25
0,69637	0,4295	[c, b]	0,125
0,57076	0,4295	[a, c]	0,0625

Gambar 9. Jawaban Nomor 2 Mahasiswa E

Kesalahan dalam menghitung seperti yang dilakukan oleh Mahasiswa B juga dilakukan oleh Mahasiswa E seperti yang terlihat pada Gambar 9. Mahasiswa E melakukan penghitungan yang salah ketika menghitung nilai $f(a)$ pada iterasi $r=1$. Selain itu, dia juga salah dalam menentukan selang terpilih pada iterasi $r=1$. Padahal, dia dapat melakukannya dengan benar pada iterasi $r=0$. Ini terjadi karena kurang perhatian dan hati-hatinya mahasiswa ketika menjawab soal.

Gambar 10 menunjukkan bahwa Mahasiswa H benar-benar tidak memahami bagaimana cara menerapkan tabel yang dapat membantunya untuk menentukan solusi menggunakan cara bisection karena penghitungannya salah, hanya asal mengisi iterasi dengan $r=1$ sampai dengan $r=3$ dengan nilai-nilai yang tidak diketahui dari mana asalnya. Nilai 4, 8, dan 0,5 pada baris terakhir tabel tidak ada kaitannya sama sekali. Kesalahan penghitungan sudah terjadi sejak awal ketika dia menghitung nilai $f(a) = 0$.

a	c	b	f(a)	f(c)
0	0,5	1	0,00000	0,14875
1	2	0,5	-1,35128	-10,35128
2	4	0,5	-10,35128	-46,35128
4	8	0,5	-46,3128	-190,35128

f(b)	Selang baru	Kelaman
-1,35128	(b, c)	
0,14872	(c, b)	
0,14872	(b, c)	
1,14872		

Gambar 10. Jawaban Nomor 2 Mahasiswa H

Ketidakhahaman konsep dan prosedur pencarian solusi persamaan menggunakan cara bisection juga terjadi pada Mahasiswa I. Ini ditunjukkan pada Gambar 11 yang menuliskan nilai dari a, b, dan c yang berasal dari hasil penghitungan nilai f(x). Selain itu, dia menuliskan f'(x). padahal, metode bisection tidak ada penghitungan untuk mencari derivatif. Ini berarti apa yang dia hitung seperti pada Gambar 11 adalah sia-sia karena hasil penghitungannya diletakkan di tempat yang salah.

Iterasi 1 $\rightarrow a = 1, b = -0,28712$

$$f(1) = e^x - 3x^2 = e^1 - 3(1)^2 = 2,71828 - 3 = -0,28712$$

$$f(-0,28712) = e^{(-0,28712)} - 3(-0,28712)^2 = 0,75042 - 3(0,0824) = 0,75042 - 0,2472 = 0,50322$$

$$c = \frac{a+b}{2} = \frac{1 + (-0,28712)}{2} = 0,35644$$

Gambar 11. Jawaban Nomor 2 Mahasiswa I

Pertanyaan nomor 3 yang diberikan kepada mahasiswa adalah tentang pencarian solusi persamaan non linier menggunakan metode iterasi titik tetap. Berikut ini adalah pertanyaannya.

"Hitunglah akar dari $f(x) = x^2 - 2x - 3$ menggunakan metode iterasi titik tetap sampai iterasi ke-3 dengan rumus iterasi sebagai berikut

$$x = \frac{x^2 - 3}{2}$$

dengan tebakan awalnya adalah $x_0 = -5$
 Jelaskan, apa yang terjadi dengan hasil hitungan tersebut?"

r	Ur	Ur+1 - Ur
0	-5	-
1	11	6
2	59	48
3	1739	1680

Hasil perhitungan lebih mudah didapatkan

menggunakan rumus iterasi tersebut karena hasilnya selalu menghasilkan bilangan tanpa desimal dan tetap hasil perhitungan juga tidak akan berbeda dengan menggunakan rumus f(x) di soal.

Gambar 12. Jawaban Nomor 3 Mahasiswa E

Mahasiswa E sudah menghitung dengan benar tetapi dia memberikan alasan yang tidak konseptual. Dia memberikan alasan bahwa penghitungan lebih mudah karena hasilnya bilangan bulat. Padahal seharusnya yang menjadi sorotan bukan hal itu tetapi bagaimana pola dari $x_{r+1} - x_r$.

Hal ini terjadi juga pada Mahasiswa J yang sudah melakukan perhitungan dengan benar untuk setiap iterasi yang dilakukannya. Namun demikian, dia juga tidak mengetahui apa tujuan dari dilakukannya perhitungan dari $x_{r+1} - x_r$ karena dia hanya menjelaskan bahwa nilai $x_{r+1} - x_r$ semakin tinggi tetapi tidak menuliskan lanjutan penjelasannya tentang apa artinya bahwa nilai $x_{r+1} - x_r$ semakin tinggi.

x_r	$ x_{r+1} - x_r $
0	-5
1	11
2	59
3	1739

Hasil hitungan tersebut menunjukkan bahwa semakin banyak iterasi maka nilai x_r semakin tinggi, sehingga bisa dibat pula pada seluruh angka x_{r+1} dengan x_r .

Gambar 13. Jawaban Nomor 3 Mahasiswa J

Dari jawaban mahasiswa nomor 3, jawaban mereka masih saja ada yang tidak memahami arti dan tujuan dari penggunaan metode iterasi titik tetap untuk mencari solusi persamaan non linier. Ini terjadi pada Mahasiswa H seperti terlihat pada Gambar 14. Jawaban tersebut tidak dapat menunjukkan pola seperti apa yang ada di pikirannya dan dia seperti mengisinya dengan sembarangan, tidak mengetahui asal-usul nilai-nilai yang dia tuliskan.

x_r	$x_{r+1} - x_r$
0	-5
-1	1.00000
0,5	1.50000
3	2.50000

dengan perhitungan tersebut akan diperoleh $x = 3$.

Gambar 14. Jawaban Nomor 3 Mahasiswa H

Dia menuliskan nilai tebakan awalnya di kolom $x_{r+1} - x_r$. Bilangan-bilangan selainnya tidak dapat menjelaskan apa yang terjadi sebenarnya dalam pikiran Mahasiswa H karena tidak cocok jika hanya sekedar menjadi nilai yang disubstitusikan ke fungsi $f(x)$.

r	x_0	$x_{r+1} - x_r$	$ x_{r+1} - x_r $
1	-5	-	-
2	-30	-60000	70000
3	-905	-180000	3200000

Gambar 15. Jawaban Nomor 3 Mahasiswa K

Hal yang hampir sama terjadi pada Mahasiswa K. Dia tidak memahami maksud dan tujuan dari metode iterasi titik tetap. Dalam menuliskan judul kolom, dia telah melakukan kesalahan yaitu x_0 . Nilai tebakan awalnya malah dituliskan di kolom x_0 . Selain bilangan negatif lima, peneliti tidak dapat mengambil sudut pandang tentang dari mana asal bilangan-bilangan selain bilangan negatif lima.

Pertanyaan keempat yang diajukan kepada mahasiswa adalah sebagai berikut.

“Metode Newton-Raphson dalam mencari solusi persamaan non linier merupakan metode yang paling sering digunakan dalam ilmu terapan matematika. Tentukan akar dari $f(x) = e^x - 4x^3$ menggunakan metode Newton-Raphson sampai iterasi ke-3 dengan tebakan awalnya adalah $x_0 = 1$.”

Pertanyaan di atas juga hanya menuntut ketelitian dan ketekunan mahasiswa dalam menghitung tetapi tentu mahasiswa harus memahami arti dan tujuan dari penghitungan menggunakan metode Newton-Raphson tersebut.

$f(w) = e^w - 4w^3$
 $f'(w) = e^w - 12w^2$

$$f(w_r) - g(w_r) = w_r - \frac{f(w_r)}{f'(w_r)}$$

$$= w_r - \frac{e^w - 4w^3}{e^w - 12w^2}$$

r	w_r	$ w_{r+1} - w_r $
0	1	-
1	0.8619	0.138
2	0.832	0.0295
3	0.99	0.158

Gambar 16. Jawaban Nomor 4 Mahasiswa E

Salah satu kesalahan jawaban mahasiswa pada soal nomor 4 adalah tidak akuratnya menuliskan rumus iterasi Newton-Raphson. Dia menuliskan $f(x)$ bukannya x_{r+1} . Selain itu, dia juga salah ketika menghitung iterasi ketiga. Indikasinya adalah nilainya tidak semakin mengecil tetapi kembali membesar yaitu 0,99 setelah 0,832. Jawaban yang benar seharusnya adalah 0,831.

Kesalahan lain dari jawaban mahasiswa adalah mensubstitusikan nilai yang salah ke dalam rumus iterasi Newton-Raphson yang sudah benar. Ini mengakibatkan semua perhitungan iterasi selanjutnya pasti salah. Kesalahan ini sebenarnya mengherankan karena nilai taksiran awal pada soal telah ditentukan dan tertulis dengan jelas. Kesalahan ini terlihat jelas pada jawaban nomor 4 dari Mahasiswa J seperti ditunjukkan pada Gambar 17.

Pada Gambar 18, kesalahan yang dilakukan Mahasiswa I adalah nilai hasil perhitungan pada iterasi ketiga. Padahal, hasil perhitungan iterasi pertama dan kedua sudah benar. Penghitungan mekanik menggunakan alat bantu hitung yang melibatkan bilangan desimal membutuhkan konsistensi, konsentrasi, ketelitian, dan kepastian dalam pengecekan hasil penghitungan sehingga tidak menyebabkan kesalahan teknis dalam menghitung.

$f'(x) = e^x - 12x^2$

1) $x_{r+1} = x_r - \frac{f(x_r)}{f'(x_r)}$

$$= x_r - \frac{e^x - 4x^3}{e^x - 12x^2}$$

$$= 0,500 - \frac{-0,5}{-3}$$

$$= 0,5 - 0,1\bar{6} = 0,3333$$

2) $x_{r+1} = 0,3333 - \frac{0,1481}{1,3330}$

$$= 0,3333 - 0,1111$$

$$= 0,2222$$

x_r	$ x_{r+1} - x_r $
0	0,5000
1	0,3333
2	0,2222
3	0,1481

Gambar 17. Jawaban Nomor 4 Mahasiswa J

It	x_i	x_{i-1}	$f(x)$	$f'(x)$
I	x_1 (0,861909216)	1	-1,28172	-9,28172
II	x_2 (0,832353243)	0,861909216	-0,1935	-6,5487
III	x_3 (0,481029966)	0,832353243	0,0179	-4,0150

Gambar 18. Jawaban Nomor 4 Mahasiswa I

Pada Gambar 19, mahasiswa G tidak dapat menerapkan rumus iterasinya ke dalam penghitungan untuk mencari solusi persamaan non linier. Ini terjadi karena dia tidak mengetahui arti dari rumus tersebut dan apa tujuan menggunakan rumus tersebut. Kesalahan ini lebih parah daripada kesalahan penghitungan yang dilakukan oleh mahasiswa lain karena ini terkait dengan kemampuan memahami materi pembelajaran.

$$f(x) = e^x - 4x^3$$

$$f'(x) = e^x - 12x^2$$

$$x_i = x_0 - \frac{f(x)}{f'(x)} \quad f'(x) \neq 0$$

x_0	x_i	$f(x)$	$f'(x)$
1	0,862	$e^x - 4x^3$	$e^x - 12x^2$
2	1,353	$e^x - 4x^3$	$e^x - 12x^2$
3	3	$e^x - 4x^3$	$e^x - 12x^2$

Gambar 19. Jawaban Nomor 4 Mahasiswa G

PEMBAHASAN

Pada soal tentang deret Taylor, mahasiswa tidak menuliskan suku elipsisnya. Usaha untuk menuliskannya tidak berat tetapi mahasiswa mengabaikannya dan tidak memahami pentingnya penulisan suku elipsisnya. Mahasiswa banyak yang tidak menghafal, mengetahui, dan memahami deret Taylor dengan baik. Ini ditunjukkan dengan jawaban dari mahasiswa. Ada dari mereka yang tidak menuliskan deret Taylor dengan benar, ada yang tidak memahami bagaimana mensubstitusikan sebuah nilai pada deret Taylor. Mereka kurang peduli terhadap jawaban mereka. Mereka terkesan asal-asalan dalam menjawab dan mereka menjawab ala kadarnya. Selain itu, terdapat mahasiswa yang tidak dapat menerapkan dan menghitung deret Taylor meskipun dia telah dapat menuliskan rumus deret Taylor dengan benar. Kesalahan yang lain adalah mahasiswa tidak benar dalam menemukan bentuk diferensial dari sebuah bentuk aljabar yang menjadi prasyarat untuk menuliskan deret Taylor.

Untuk soal tentang metode bisection, kesalahan yang paling fatal adalah mahasiswa tidak memahami arti dan tujuan metode tersebut. Mahasiswa tidak memahami bagaimana menerapkan prosedur metode bisection yang benar. Ada yang menuliskan diferensial dari fungsi. Padahal metode bisection tidak membutuhkan diferensial fungsi. Kesalahan berikutnya adalah kesalahan dalam menentukan selang terpilih. Mahasiswa terkadang tertukar dalam penentuan selang yang harus dipilih untuk iterasi berikutnya. Kesalahan ketiga adalah kesalahan dalam melakukan penghitungan menggunakan kalkulator. Ini membutuhkan ketelitian dan fokus dalam melakukannya agar hasil dapat menjadi benar secara konsisten. Kesalahan operasi hitung berada pada level sedang dan kesalahan konsep berada pada level rendah (Husna & Himmi, 2021).

Pada soal nomor 3 tentang metode iterasi titik tetap, kesalahan mahasiswa yang telah mampu memahami maksud dari pencarian solusi persamaan non linier dan melakukan penghitungannya adalah kurangnya pemahaman tentang hasil yang konvergen dan divergen. Mereka tidak memahami hasil yang mereka hitung bahwa jika selisih antara hasil penghitungan iterasi setelahnya dengan sebelumnya maka bentuknya menjadi divergen sehingga ini tidak dapat digunakan sebagai solusi persamaan non linier. Seperti biasa, untuk mahasiswa dengan kemampuan pemahaman rendah, mereka tidak memahami tujuan dari dilakukannya pencarian solusi menggunakan metode iterasi titik tetap. Mereka juga ada yang tidak memperhatikan pola dengan hasil penghitungannya. Jika kita membahas tentang matematika maka ada keteraturan di dalamnya. Mahasiswa juga terkadang mengambil nilai-nilai yang tidak diketahui dari mana asalnya baik berasal dari soal yang diberikan maupun dari hasil penghitungan mereka sebelumnya. Siswa laki-laki cenderung tidak menuliskan kesimpulan sedangkan siswa perempuan cenderung melakukan kesalahan kehilangan data (Fahlevi & Zhanty, 2021).

Kesalahan umum mahasiswa dalam mencari solusi persamaan non linier menggunakan metode Newton-Raphson adalah kesalahan dalam menghitung untuk setiap iterasinya. Penghitungan iterasi yang paling rawan dalam melakukan kesalahan adalah pada iterasi terakhir. Hal ini terjadi karena rumus iterasi melibatkan diferensial fungsi dan bentuk pecahan sehingga jika mahasiswa tidak hati-hati maka mereka akan merasa kacau dalam melakukan penghitungannya. Ada juga kesalahan penulisan rumus iterasi meskipun penghitungannya benar dan hasilnya benar. Tentunya tetap ada saja mahasiswa yang tidak memahami maksud dan tujuan alur pencarian solusi menggunakan metode Newton-Raphson ini. Pada soal nomor 4 ini, mahasiswa sudah tidak melakukan kesalahan dalam memperoleh

diferensial fungsi. Ini terjadi karena pada soal nomor 1 tentang deret Taylor mereka sudah beberapa kali melakukan pendiferensialan fungsi.

KESIMPULAN

Berdasarkan hasil penelitian dan pembahasan di atas, kesimpulan dari penelitian ini adalah sebagai berikut.

1. Kesalahan mahasiswa dalam menjawab soal tentang deret Taylor adalah tidak menuliskan suku elipsisnya, tidak hapal rumusnya dengan baik, tidak dapat memahami deret Taylor, tidak dapat menerapkan rumus deret Taylor dalam perhitungan, tidak melakukan pendiferensialan fungsi dengan benar.
2. Kesalahan yang berkaitan dengan metode bisection yang dilakukan mahasiswa adalah tidak memahami metode bisection, kesalahan dalam menentukan selang terpilih untuk iterasi berikutnya, dan kesalahan menghitung menggunakan alat bantu hitung.
3. Kesalahan mahasiswa dalam menjawab soal tentang metode iterasi titik tetap adalah tidak memahami pola hasil hitungan secara keseluruhan, tidak memahami metode iterasi titik tetap, dan kesalahan menginput nilai taksiran awal.
4. Kesalahan yang berkaitan dengan metode Newton-Raphson yang dilakukan mahasiswa adalah kesalahan menginput data dan menghitung pada iterasi terakhir dan kesalahan penulisan rumus iterasi.

REFERENSI

- Aminah, S. 2018. Development of blended learning model in numerical method course. *International Journal on Teaching and Learning Mathematics*. 2018, Vol. 1, No. 2, pp. 66-75.
- Fahlevi, M. S. & Zanthi, L. S. 2021. Analisis Kesalahan Siswa dalam Menyelesaikan Soal Materi Bangun Ruang Berdasarkan Kriteria Watson Ditinjau Dari Perbedaan Gender Siswa SMP Kelas VIII. *Jurnal Pembelajaran Matematika Inovatif*. Volume 4, No. 3, Mei 2021.
- Farida, N. 2015. Analisis Kesalahan Siswa SMP Kelas VIII dalam Menyelesaikan Masalah Soal Cerita Matematika. *Aksioma*. Vol. 4, No. 2 (2015) 42-52.
- Firdaus, E. F., Amalia, S. R., Zumeira, A. F. 2021. Analisis Kesalahan Siswa Berdasarkan Tahapan Kastolan Dalam Menyelesaikan Soal Matematika. *Dialektika P. Matematika*. Volume 8. No 1. Maret 2021.
- Guce, I. K. 2017. Mathematical Writing Errors in Expository Writings of College Mathematics Students. *International Journal of Evaluation and Research in Education (IJERE)*. Vol.6, No.3, September 2017, pp. 233~242.
- Husna, A. & Himmi, N. 2021. Analysis of Mathematics Education Students' Errors in Solving Limit Function Problems. *Indonesian Journal of Mathematics Education*. Vol. 4, No. 1, April 2021, pp: 23~30.
- Nolting, P. D. 2012. *Math Study Skills Workbook, Fourth Edition*. Brook/Cole: Cengage Learning.
- Ratnasari. 2018. Students' Errors and Misconceptions about Operations of Fractions in an Indonesian Primary School. *Southeast Asian Mathematics Education Journal* 2018, Vol.8 No.1.
- Syahril, R. F. & Kartini. 2021. Analisis Kesalahan Siswa Berdasarkan Objek Matematika pada Materi Barisan dan Deret di Kelas XI SMA/MA. *Jurnal Cendekia: Jurnal Pendidikan Matematika*. Volume 05, No. 03, November 2021, pp. 2816-2825.
- Ulpa, F., Maharani, S. A., Marifah, S., Ratnaningsih, N. 2021. Analisis Kesalahan Siswa dalam Menyelesaikan Soal Kontekstual pada Materi Bangun Ruang Sisi Datar Ditinjau dari Teori Nolting. *SQUARE : Journal of Mathematics and Mathematics Education*. Volume 3, No. 2, 2021, pp. 67-80.
- Zulhendri, Fauzan, A., Arnawa, M., Musdi, E., Yerizon. 2022. Analysis Of Mathematics Student Error To Solve Problems Of Linear Programs. *International Journal Of Humanities Education And Social Sciences (IJHESS)*. Volume 1, Number 5, April 2022, Page. 774 – 780.